

# Modellierung und Finite-Element-Berechnung eines längsversteiften Zylindersegments aus Faserverbundmaterial unter Berücksichtigung von Schädigung

Diplomarbeit  
von  
cand.-ing. Martin Wolters

Betreuer:  
Dipl.-Ing. Jan Schütt  
Prof. Dr.-Ing. Werner Wagner

Februar 2002

---

# **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Hiermit erkläre ich an Eides statt, die vorliegende Diplomarbeit selbständig verfasst, und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen benutzt zu haben.

Karlsruhe, 1. Februar 2002

(Martin Wolters)

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen</b>	<b>4</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>5</b>
<b>2 Faserverbundwerkstoffe</b>	<b>6</b>
2.1 Ausgangswerkstoffe . . . . .	6
2.1.1 Matrix - Kunststoff . . . . .	6
2.1.2 Faserwerkstoffe . . . . .	7
2.2 Laminatherstellung . . . . .	7
2.3 Bemessung von Faserverbundwerkstoffen . . . . .	8
2.3.1 Spannungsnachweis . . . . .	8
2.3.2 Stabilitätsnachweis . . . . .	9
2.3.3 Sicherheitsfaktoren . . . . .	9
<b>3 Numerische Verfahren</b>	<b>10</b>
3.1 Rechenverfahren . . . . .	10
3.1.1 Lineare Beulanalyse . . . . .	10
3.1.2 Nichtlineare Beulanalyse . . . . .	11
3.1.3 Begleitende Eigenwertanalyse . . . . .	14
3.1.4 Modalanalyse . . . . .	15
3.1.5 Transiente dynamische Analyse . . . . .	15
3.1.6 Explizite dynamische Analyse . . . . .	20
3.2 Steuerung einer nichtlinearen Rechnung . . . . .	21
3.3 Konvergenzhilfen . . . . .	21
3.3.1 Line Search . . . . .	21
3.3.2 Prädiktor . . . . .	23
3.3.3 Adaptive Descent . . . . .	23
3.3.4 Solcontrol . . . . .	24

<b>4</b>	<b>Numerisches Modell</b>	<b>26</b>
4.1	Gewähltes Finites Element . . . . .	26
4.2	Materialkennwerte . . . . .	28
4.2.1	Eingabe der Querkontraktionszahl . . . . .	28
4.2.2	Dichte, Erdbeschleunigung . . . . .	30
4.2.3	Dämpfung . . . . .	31
4.3	Modellbildung . . . . .	33
4.3.1	Geometrie des Gesamtmodells . . . . .	33
4.3.2	Lagerung . . . . .	35
4.3.3	Haut - Längssteife . . . . .	35
4.3.4	Belastung . . . . .	39
4.4	Modellierung der Schädigung - Kontakt-Element . . . . .	39
4.5	Zusammenfassung . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Ergebnisse der Berechnungen</b>	<b>42</b>
5.1	Zylindersegment ohne Schädigung . . . . .	42
5.1.1	Lineare Beulanalyse . . . . .	42
5.1.2	Nichtlineare Beulanalyse . . . . .	42
5.1.3	Transiente dynamische Analyse . . . . .	46
5.2	Zylindersegment mit Schädigung . . . . .	48
5.2.1	Lineare Beulanalyse . . . . .	48
5.2.2	Nichtlineare Beulanalyse . . . . .	51
5.2.3	Transiente dynamische Analyse . . . . .	53
<b>6</b>	<b>Versuche</b>	<b>58</b>
6.1	Auflagerausbildung . . . . .	58
6.2	Vergleich der numerischen mit den experimentellen Ergebnissen . . . . .	59
<b>7</b>	<b>Auswertung</b>	<b>61</b>
	<b>Literatur</b>	<b>63</b>
	<b>Anhang</b>	<b>66</b>

## Abkürzungsverzeichnis

$\underline{C}$	Dämpfungsmatrix
$\underline{d}$	Residuum
E	Elastizitätsmodul
$\underline{E}$	Elastizitätsmatrix
$\underline{F}$	Lastvektor
G	Schubmodul
$\underline{K}$	Steifigkeitsmatrix
$\underline{M}$	Massenmatrix
$\underline{u}$	Verschiebungsvektor
UD	Unidirektionalgewebe
$\lambda$	Lastfaktor bei linearen Beulanalysen
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\underline{\phi}$	Eigenvektor
$\omega$	Kreisfrequenz

### Schreibweise

Des besseren Überblicks wegen wurden alle ANSYS-Befehle in kursiven Kapitälchen gesetzt (z.B. *ANTYPE,STATIC*).

### Animationen

Die in dieser Diplomarbeit dargestellten Analysen eines glasfaserverstärkten Zylindersegments eignen sich gut, um daraus auch Rückschlüsse auf die Art des Versagens herzuleiten. Die entsprechenden Animationen sind auf der beiliegenden CD oder im Internet unter <http://www.beringo.de/gfk/> zu finden.

## 1 Einführung

Faserverbundmaterial als Kombination von hochfesten Fasern und einer Matrix aus Kunststoff findet in der heutigen Ingenieurpraxis vermehrt Anwendung. Die Vorzüge dieses Baustoffes sind die hohe Festigkeit bei einem relativ geringen Gewicht, die gute Formbarkeit und die Korrosionsbeständigkeit. Dem gegenüber stehen die große Abhängigkeit aller Werkstoffkennwerte von der Temperatur und die nur eingeschränkt gegebene Brandsicherheit.

Da Faserverbundmaterialien zunehmend auch als tragende Elemente eingesetzt werden, ist es erforderlich, genauere Untersuchungen über diese Materialien vorzunehmen. Da Faserverbundmaterialien eine wesentlich geringere Steifigkeit als zum Beispiel Stahl besitzen, sind bei Tragwerken daraus nicht unerhebliche Verformungen zu erwarten. Außerdem sind die Tragwerke deswegen besonders stabilitätsgefährdet.

Um bei druck- und biegebeanspruchten Bauteilen eine Steigerung der Beullast zu erzielen, werden die - oft auch gekrümmten - Elemente mit Steifen aus dem gleichen Material versehen.

Um Aussagen über die Tragfestigkeit und über die Zulässigkeit von möglichen Rechenverfahren zu erhalten, wurden am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Braunschweig Versuche mit längsversteiften Zylindersegmenten durchgeführt. Neben Versuchen mit einer perfekten Verbindung zwischen den Steifen und der Haut sind auch Versuche an Elementen mit einer Schädigung dieser Verbindung durchgeführt worden. Ziel dieser Arbeit ist es, eine Finite-Element-Diskretisierung zu entwickeln, die sowohl die mechanischen Eigenschaften der Faserverbundwerkstoffe als auch die Schädigungen berücksichtigt.

Hierfür wurde das Programmpaket ANSYS in der Version 5.6 verwendet, das sich, wie im folgenden gezeigt wird, für die Diskretisierung eignet.

Nach einer allgemeinen Betrachtung von Faserverbundwerkstoffen und dem derzeit vorliegenden Wissensstand werden die für die Analyse möglichen Rechenverfahren vorgestellt. Die geometrische Ausbildung des Finiten-Element-Modells und die verwendeten Elementtypen werden beschrieben. Anschließend werden die Ergebnisse diskutiert, wobei auch ein Vergleich mit den Versuchsergebnissen vorgenommen wird.

## 2 Faserverbundwerkstoffe

Faserverbundwerkstoffe bestehen aus einer Matrix aus Kunststoff und einem Faserwerkstoff. Die daraus hergestellten Tragwerke sind meist dünnwandige flächige Gebilde, die schichtförmig aufgebaut sind und beliebig geformt werden können, da Krümmungen leicht auszuführen sind.

### 2.1 Ausgangswerkstoffe

Im folgenden werden die bei Faserverbundwerkstoffen eingesetzten Werkstoffe beschrieben.

#### 2.1.1 Matrix - Kunststoff

Die Matrix der Faserverbundwerkstoffe besteht im allgemeinen aus Kunststoffen. Bei den verwendeten Kunststoffen kann man unterscheiden zwischen Thermoplasten und Duroplasten. Die Einteilung in diese beiden Kunststoffe erfolgt durch das Maß der Vernetzung der Makromoleküle.

Bei **Thermoplasten** wirken nur intermolekulare Bindekräfte zwischen den Makromolekülen. Deswegen sind die Eigenschaften von Thermoplasten sehr temperaturabhängig. Beispiele für Thermoplaste sind PVC (Polyvinylchlorid) und PE (Polyethylen). Thermoplaste lassen sich durch Erwärmung in die gewünschte Form bringen und sind zudem sehr einfach recycelbar.

Für Tragkonstruktionen aus Faserverbundwerkstoffen werden als Matrix wesentlich häufiger **Duroplaste** verwendet. Bei Duroplasten ist die Beweglichkeit der Makromoleküle durch eine Vernetzung behindert. Deswegen sind diese Kunststoffe nicht so temperaturabhängig wie die Thermoplaste. Duroplaste härten durch die Vermischung eines Harzes und Härterchemikalien. Sie sind nach der Herstellung nicht mehr in ihrer Form änderbar. Beispiele hierfür sind das Polyesterharz und das Epoxidharz. Polyesterharz hat zwar die geringeren mechanischen Kennwerte und größere Schlupfmaße beim Härten, ist dafür aber wesentlich billiger. Das teurere Epoxidharz wird deswegen nur in Sonderbauteilen verwendet. Aufgrund der hohen Bindekraft von Epoxidharzen lassen sich hiermit Lamine mit hohen Faseranteilen herstellen, die zudem noch sehr leicht sind.

Faserart	E-Modul    [N/mm <sup>2</sup> ]	Anmerkungen
Glasfasern	45.000	billig, verspinnbar, weit verbreitet
Carbonfasern	80.000	hohe Festigkeit, leicht, außerordentlich korrosionsbeständig, sehr spröde
Aramidfasern	145.000	hohe Festigkeit, sehr leicht, schlechte Haftung, nehmen Feuchtigkeit auf

Tabelle 2.1: Übersicht über die verschiedenen Faserarten

### 2.1.2 Faserwerkstoffe

Hier unterscheidet man zwischen Glasfasern, Kohlenstofffasern, Aramidfasern und Borfäden. Die verschiedenen E-Moduli und weitere Eigenschaften sind in Tabelle 2.1 dargestellt. Neuere Untersuchungen zeigen, dass sogar Naturfasern wie Sisal oder Hanf als Fasern für hochwertige Faserverbundwerkstoffe verwendet werden können (siehe [3]).

In der hier vorliegenden Arbeit werden Carbonfasern verwendet. Diese synthetisch hergestellten organischen Fasern werden meist durch Pyrolyse aus organischen Kunstfasern wie Rayon oder Dralon hergestellt. Die Fasern haben einen Durchmesser von 5-10  $\mu\text{m}$  und eine Festigkeit von bis zu 3250 N/mm<sup>2</sup>, die der Festigkeit von Stahl entspricht. Sie haben im Gegensatz zu Kunststoff ein progressives Spannungs-Dehnungsverhalten, sind sehr temperaturfest (bis 2500 °C), sehr leicht und außerordentlich korrosionsbeständig. Da sie sehr spröde sind, ist bei der Verarbeitung ein Oberflächenschutz nötig, der gleichzeitig als Haftmittel dient. Die Kombination von hochfester Carbonfaser und weichem Harz hat außerdem ein großes Arbeitsaufnahmevermögen und damit eine hohe Eigendämpfung. Anwendungsgebiete für carbonfaserverstärkte Kunststoffe sind neben dem Flugzeug- und Raumfahrtbau der Automobilbau (z. B. kugelsichere Schutzbauten oder Lenkungskomponenten für Schaltgetriebe). Aber auch Sportgeräte (z. B. Fahrräder, Tennisschläger, Skier) und sogar Saxonphonblätter oder Geigenbögen lassen sich aus diesen Materialien herstellen.

## 2.2 Laminatherstellung

Die Fasern werden mit in verschiedenen Verfahren in die Matrix eingelegt. Man unterscheidet die folgenden dafür notwendigen Formen von Fasern:

- Mattenlamine
- Gewebelamine



- Spritzlamine
- Wickellamine

Bei **Mattenlaminaten** werden Fasermatten hergestellt, indem Fasern in einem Wirbelbett auf eine horizontale Fläche gewirbelt und dann mit Harz besprüht werden. Es entstehen Matten mit quasiisotropen Eigenschaften. Bei **Gewebelaminaten** werden die Fasern wie Stoff auf einem Webstuhl gewebt. Es sind damit Kreuzgewebe (in beide Richtungen gleich viele Fasern) und Unidirektionalgewebe (in einer Richtung besonders viele Fasern - siehe Abbildung 2.1) möglich, die je nach erwarteter Belastung eingelegt werden können. Beim **Spritzlaminierverfahren** werden die Fasern in 15 bis 50 mm lange Stücke geschnitten und dann vermischt mit den Harzkomponenten in eine Form gespritzt. **Wickellamine** finden insbesondere im Behälterbau Anwendung. Hierbei werden mit Harz getränkte Fasern um eine Form gewickelt.

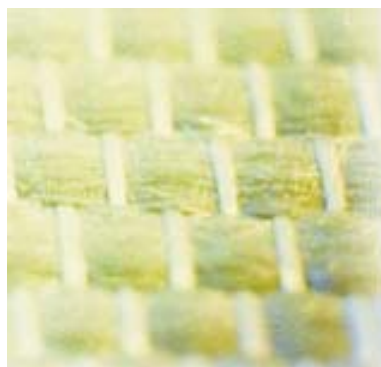


Abbildung 2.1: Unidirektionalgewebe

## 2.3 Bemessung von Faserverbundwerkstoffen

### 2.3.1 Spannungsnachweis

Für einen überschlägigen Spannungsnachweis existiert ein Verfahren mit experimentell bestimmten verallgemeinerten Dimensionierungsgrößen. Diese liegen zwar auf der sicheren Seite, man geht aber davon aus, dass die Bauteile in gleicher Weise tragen, wie homogene Kunststoffe. Für einen exakten Nachweis existieren Vorgehensweisen aus der Netz- und Kontinuumstheorie. In der **Netztheorie** wird davon ausgegangen, dass das Harz keinen Beitrag zum Mittragen liefert, dass also die Kraftübertragung

ausschließlich über die Fasern erfolgt. Dabei können Schubspannungen und Normalkraftkomponenten senkrecht zur Faserrichtung nicht berücksichtigt werden, das heißt, dass das Harz diese Spannungen aufnehmen muss.

Die **Kontinuumstheorie** berücksichtigt das Mitwirken des Harzes durch zusätzliche Passbedingungen. Da die Schichten aneinander haften, müssen sie an einer bestimmten Stelle auch die gleichen Verformungen  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$  besitzen. Da dabei aber der Mehrschichtverbund als homogen angenommen wird, ist dieses Vorgehen nur bis zum Auftreten der ersten Risse zulässig. Bei vorhandenen Rissen liefert die Netztheorie brauchbare Ergebnisse.

### 2.3.2 Stabilitätsnachweis

Da der E-Modul von Faserverbundwerkstoffen nur ca. 10% des E-Moduls von Stahl beträgt, sind diese wesentlich anfälliger für Stabilitätsversagen. Der Stabilitätsnachweis erfolgt in ähnlicher Weise wie im Stahlbau. Für die hier angewendeten versteiften Zylindersegmente existiert im Stahlbau keine Vorgehensweise. Deswegen liegt es nahe, hier über die Methode der Finiten Elemente einen Lösungsansatz vorzuschlagen.

### 2.3.3 Sicherheitsfaktoren

Die Sicherheit von tragenden Kunststoffkonstruktionen wird durch Zeit- und Umwelteinflüsse bestimmt. So ist neben einem allgemeinen Sicherheitsbeiwert auch der Einfluss von Kriechen, Alterung (Versprödung), Temperatur und dynamischer Beanspruchung zu berücksichtigen. Weitere Angaben hierzu finden sich in der DIN 18 820.

## 3 Numerische Verfahren

### 3.1 Rechenverfahren

Um die Versagenslast (hier Beullast) eines Systems zu bestimmen, existieren verschiedene Möglichkeiten, die im folgenden vorgestellt werden.

Wesentlich für Beullasten ist, dass aus einer Verschiebung  $\underline{\Delta u}$  keine Laständerung  $\underline{\Delta F}$  resultiert. Die Gleichung

$$\underline{K}_t \underline{\Delta u} = \underline{\Delta F}$$

wird bei der Beullast zu

$$\underline{K}_t \underline{\Delta u} = 0$$

Das heißt, die Steifigkeitsmatrix wird am Punkt der Beullast singulär. Die Steifigkeitsmatrix  $\underline{K}_t$  selbst besteht bei geometrischer Nichtlinearität aus einer Summe

- vom linearen Anteil  $\underline{K}_0$
- vom von den Verschiebungen am Anfang des jeweiligen Iterationsschrittes abhängigen Anteil  $\underline{K}_u$  (Anfangsverschiebungsmatrix)
- von der von den Längs- und Membranspannungen abhängigen Anfangsmatrix  $\underline{K}_\sigma$ .

#### 3.1.1 Lineare Beulanalyse

Die lineare Beulanalyse (auch elastische Beulanalyse) berechnet die theoretische Beullast (Verzweigungspunkt) eines linear elastischen Systems. Geometrische sowie materielle Nichtlinearitäten werden dabei nicht berücksichtigt. Die Eingabe von Plastizität, Festigkeiten, Kontakt etc. bleibt unberücksichtigt. Deswegen liegt die lineare Beulanalyse im allgemeinen auf der unsicheren Seite und darf insbesondere bei einem Spannungsversagen oder bei einem sich änderndem System nicht als einzige Berechnung verwendet werden. Sie gibt aber Auskunft über die zu erwartenden Verformungsfiguren.

Die oben aufgezeigte Gleichung für die Lage der Beullast lässt sich mathematisch beschreiben durch folgendes Eigenwertproblem:

$$\underline{K} \cdot \underline{\phi} = 0 \tag{3.1}$$

Die Steifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  setzt sich dann also, wie im vorherigen Kapitel geschildert, zusammen aus:

$$\underline{K} = \underline{K}_0 + \underline{K}_u + \lambda \cdot \underline{K}_\sigma \quad (3.2)$$

Der zum Eigenvektor  $\underline{\phi}$  (gleich Eigenform) gehörende Lastfaktor  $\lambda$  in der Steifigkeitsmatrix wird in ANSYS oft Eigenwert genannt, auch wenn dies mathematisch nicht korrekt ist.

Um eine lineare Beulanalyse durchführen zu können, ist es zuerst erforderlich, die lineare Steifigkeitsmatrix zu erstellen. Dazu verwendet man als Belastung der einfacheren Auswertung zu liebe eine Einheitslast. Im zweiten Schritt löst ANSYS dann das lineare Eigenwertproblem (Gleichung 3.1). Die zugehörige Eingabedatei in ANSYS befindet sich im Anhang (C).

Neben der linearen Eigenwertanalyse, bei der die Steifigkeitsmatrix linear aus einer Einheitsbelastung erstellt wird, ist es in ANSYS möglich, begleitend zu einer nichtlinearen Berechnung an bestimmten Punkten der Berechnung die Eigenwerte zu bestimmen. Dabei wird die in der nichtlinearen Berechnung bei diesem Lastschritt erstellte Steifigkeitsmatrix für die Bestimmung der Eigenwerte benutzt. Dieses Vorgehen wird bei der begleitenden Eigenwertanalyse verwendet (Beschreibung im Kapitel 3.1.3).

### 3.1.2 Nichtlineare Beulanalyse

Nichtlinearitäten haben verschiedene Ursachen, die in drei Kategorien unterteilt werden können:

- Sich ändernde Systemzustände
- Geometrische Nichtlinearitäten
- Materialnichtlinearitäten

Nichtlinearitäten können in numerischen Berechnungen am einfachsten dadurch berücksichtigt werden, dass die Last in eine Reihe von Lastinkrementen oder Lastschritten aufgeteilt wird und dass in diesen Lastschritten jeweils lineare Berechnungen durchgeführt werden. Nach der Berechnung jedes einzelnen Lastschrittes sollte die Steifigkeitsmatrix angepasst werden (je nach Problem ist dies allerdings nicht unbedingt erforderlich). Problematisch ist dieser rein inkremelle Ansatz deswegen, weil mit jedem Schritt Fehler akkumuliert werden, die sich in einem fehlenden Gleichgewicht äußern (Abbildung 3.1 / links).

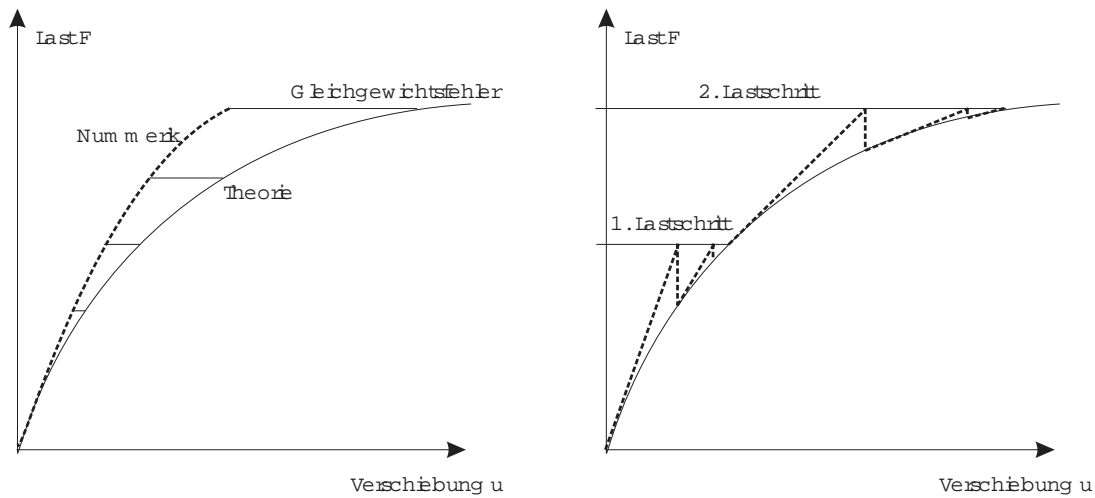


Abbildung 3.1: Lösung mit Lastinkrementen: Rein inkremeller Ansatz - Newton-Rapson-Verfahren

Eine Möglichkeit diesen Fehler zu vermeiden, ist die Anwendung von iterativen Lösungsverfahren wie der Newton-Rapson-Gleichgewichtsiteration, bei der in jedem Lastschritt das Gleichgewicht hergestellt wird (Abbildung 3.1 / rechts).

Das Newton-Rapson-Verfahren dient allgemein zum Auffinden von Nullstellen. Bei der Übertragung dieses Verfahrens auf die Finite-Element-Methode ergibt sich folgende Iterationsaufgabe:

$$\underline{K}_T(\tilde{u}) \Delta \underline{u} = \underline{d}(\tilde{u}) \quad (3.3)$$

$$\tilde{u}_{m-1} = \tilde{u}_m + \Delta \underline{u} \quad (3.4)$$

wobei  $\underline{d}$  die Differenz zwischen aufgebrauchten Lasten und den Reaktionskräften ist (Residuum). Das Gleichgewicht ist hergestellt, wenn das Residuum null wird bzw. unter eine Konvergenzgrenze fällt.

Das Vorgehen lässt sich sehr gut in der Abbildung 3.2 ablesen. Der erste Iterationsschritt vom Punkt A zum Punkt B verringert den Fehler der Anfangslösung  $d$  auf den Fehler  $d_1$ . Die Steigung der Geraden entspricht der Tangente der Steifigkeitsmatrix  $K_T$  am Punkt A. Im zweiten Schritt vom Punkt C zum Punkt D (Steigung der Steifigkeitsmatrix am Punkt C) verringert sich das Residuum - der Fehler also - weiter. Die Lösung wird also bezüglich des Gleichgewichts iterativ zur Konvergenz gebracht, wobei in ANSYS eine Toleranzgrenze definierbar ist (*CNVTOL*). Die Anzahl der

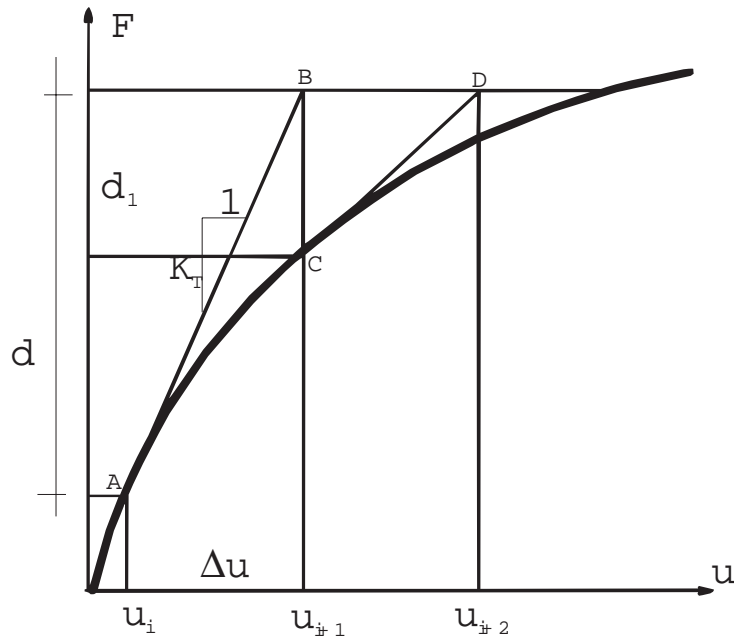


Abbildung 3.2: Newton-Rapson-Verfahren

maximal pro Lastschritt verwendeten Gleichgewichtiterationen ist außerdem wählbar (*NEQIT*). Zusätzliche Optionen wie eine automatische Lastschrittwahl (*AUTOTS*) oder die Wahl der Anpassungsintervalle der Steifigkeitsmatrix (*NROPT*) können in ANSYS je nach Problem eine bessere Konvergenz der Lösung herbeiführen.

ANSYS gibt während der Berechnung den aktuellen Stand der Konvergenz aus. Es werden bezüglich der Momente und der Kräfte sowohl die Konvergenzgrenzen, als auch das aktuelle Residuum dargestellt (siehe Abbildung 3.8). Weitere Erläuterungen zur Steuerung einer nichtlinearen Analyse und zu verschiedenen in ANSYS verfügbaren Konvergenzhilfen finden sich in den Kapiteln 3.2 und 3.3. Die genaue Vorgehensweise für eine nichtlineare Beulanalyse in ANSYS ist im Inputfile ersichtlich, das im Anhang (D) abgedruckt ist.

Nachbeulverhalten können mit diesem Verfahren nicht klassifiziert werden, da die aufnehmbare Last bei zunehmender Verformung in einem solchen Fall abnimmt. Dafür steht das Bogenlängenverfahren zur Verfügung. Der Nachteil dieses Verfahrens sind die aus den erforderlichen kleinen Schrittweiten resultierenden langen Rechenzeiten. Bei dem verwendeten Zylindersegmentmodell scheiterte die Verwendung des Arclength-Verfahrens an einer nicht erfolgenden Konvergenz nach dem ersten Beulen.

### 3.1.3 Begleitende Eigenwertanalyse

Eine lineare Eigenwertanalyse hat immer den Nachteil, auf der unsicheren Seite zu liegen. Die nichtlineare Beulanalyse birgt dagegen die Gefahr eines Übersehens von Verzweigungspunkten. Deswegen ist es bei nichtlinearem Vorbeulverhalten sinnvoll, eine begleitende Eigenwertanalyse durchzuführen. Dabei wird an jedem Punkt der Berechnung der zugehörige kleinste Eigenwert mit dem dazu gehörenden Lastfaktor berechnet. Dann trägt man in einem Last-Verschiebungsdiagramm neben der nichtlinearen Last-Verschiebungskurve das Produkt aus Lastfaktor und der zu diesem Zeitpunkt bei der nichtlinearen Berechnung aufgebrauchten Last auf. Die beiden Kurven schneiden sich im Stabilitätspunkt, weil dort der Lastfaktor  $\lambda=1$  und damit die kritische gleich der aufgebrauchten Last ist (siehe Abbildung 3.3).



Abbildung 3.3: Begleitende Eigenwertanalyse

Die Berechnung eines Eigenwertes an einer bestimmten Stelle einer nichtlinearen Berechnung und damit der wesentliche Teil einer begleitenden Eigenwertanalyse, ist in ANSYS nicht dokumentiert. Besondere Vorsicht ist also angebracht. Die Berechnung einer begleitenden Eigenwertanalyse führt man am besten in einer Schleife durch, wobei bei jedem Schleifendurchgang die Last der nichtlinearen Berechnung und damit auch die Einheitslast der Beulanalyse langsam gesteigert wird. Wichtig ist bei der nichtlinearen Berechnung die Reihenfolge der folgenden Befehle:

- *NLGEOM,ON* (Berücksichtigung von Nichtlinearitäten),

- *SSTIFF,ON* (Berücksichtigung von Effekten aus Spannungsversteifung - wichtig für Stabilitätsanalysen)
- *PSTRES,ON* (Speicherung der Stress-Stiffness-Matrix für die weitere Verwendung)

Die eigentliche Eigenwertberechnung wird nicht wie bei der linearen Beulanalyse gestartet. Hier sind folgende Befehle erforderlich

- *ANTYPE,BUCKL* (Beulanalyse)
- *BUCOPT,LANB,1* (Anzahl der gewünschten Eigenwerte)
- *PSOLVE,TRIANG* (Aufstellen der Steifigkeitsmatrix)
- *PSOLVE,EIGFULL* (Berechnung der Eigenwerte der Steifigkeitsmatrix)

Die *PSOLVE*-Befehle führen Matrizenoperationen durch, wobei gleichzeitig der Lösungsalgorithmus von ANSYS umgangen wird. Auch hier sei auf die Eingabedatei in ANSYS verwiesen, die im Anhang (E) zu finden ist.

#### 3.1.4 Modalanalyse

Die Modalanalyse hilft bei der Bestimmung des Schwingungsverhaltens. Es können damit die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen einer Struktur berechnet werden. Die Eigenfrequenzen sind bei einer transient dynamische Analyse erforderlich, um die Größe der zu wählenden Zeitschritte zu optimieren. Die Modalanalyse ist eine lineare Analyse, wobei folgende Gleichung gelöst wird:

$$\underline{K} \cdot \underline{\phi} = \lambda \cdot \underline{M} \cdot \underline{\phi} \quad (3.5)$$

Man sieht an der Gleichung, dass in der Modalanalyse keine Dämpfung und keine Nichtlinearitäten berücksichtigt werden. Die entsprechende Eingabedatei findet man im Anhang (F).

#### 3.1.5 Transiente dynamische Analyse

Dynamische Analysen berücksichtigen neben der statischen Belastung auch Einflüsse aus Dämpfung und Trägheit. Bei einer linearen Lösung wird folgende Gleichung zum Lösen verwendet:



$$\underline{M} \ddot{u} + \underline{C} \dot{u} + \underline{K} u = \underline{F}(t) \quad (3.6)$$

Im nichtlinearen Fall (Erstellung des Gleichgewichts erforderlich) ist folgende Gleichung zu lösen:

$$\underline{M}^{t+\Delta t} \ddot{u}^{(i)} + \underline{C}^{t+\Delta t} \dot{u}^{(i)} + \underline{K}^t \Delta u^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \underline{R} - {}^{t+\Delta t} \underline{F}^{(i-1)} \quad (3.7)$$

Dynamische Analysen sind aber nicht nur bei großen Bewegungen oder zum Beispiel Crashsimulationen interessant. Sie helfen auch quasistatische Vorgänge besser berechnen zu können. Die quasistatische Pfadverfolgung ist insbesondere bei Instabilitätspunkten mit einem abrupten Lastabfall im Nachbeulbereich und bei einer Häufung von Instabilitätspunkten auf einem Lastniveau hilfreich.

Die transiente dynamische Analyse ist eine implizite dynamische Analyse, das heißt, dass das Gleichgewicht zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  bestimmt wird (im Gegensatz zur expliziten Analyse, bei der das Gleichgewicht zum Zeitpunkt  $t$  bestimmt wird). Die transient dynamische Analyse ist außerdem ein Einschrittverfahren, das heißt, dass nur Größen eines Schrittes für die Lösung des nächsten Schrittes erforderlich sind.

### Das Newmark-Verfahren

Zur Steuerung der Stabilität und der Genauigkeit werden die Parameter  $\alpha$  und  $\delta$  eingeführt. Beim Newmark-Verfahren wird mit den im allgemeinen verwendeten Werten für  $\alpha = \frac{1}{4}$  und  $\delta = \frac{1}{2}$  von einer konstanten Durchschnittsbeschleunigung ausgegangen, die beispielhaft in Abbildung 3.4 dargestellt ist.

Für die Geschwindigkeit und die Verschiebung zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  werden die folgenden Annahmen getroffen:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{t+\Delta t} &= \dot{u}_t + [(1 - \delta)\ddot{u}_t + \delta\ddot{u}_{t+\Delta t}] \cdot \Delta t \\ u_{t+\Delta t} &= u_t + \dot{u}_t \cdot \Delta t + [(0,5 - \alpha) \cdot \ddot{u}_t + \alpha\ddot{u}_{t+\Delta t}] \cdot \Delta t^2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die Gleichung 3.8 wird nach  $\ddot{u}_{t+\Delta t}$  und  $\dot{u}_{t+\Delta t}$  so aufgelöst, dass neben den beim Zeitpunkt  $t$  schon bekannten Größen nur noch die Größe  $u_{t+\Delta t}$  auftritt. Mit der Gleichgewichtsbedingung zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$

$$\underline{M} \ddot{u}_{t+\Delta t} + \underline{C} \dot{u}_{t+\Delta t} + \underline{K} u_{t+\Delta t} = \underline{F}_{t+\Delta t} \quad (3.9)$$

lässt sich dann die Verschiebung  $u_{t+\Delta t}$  bestimmen.

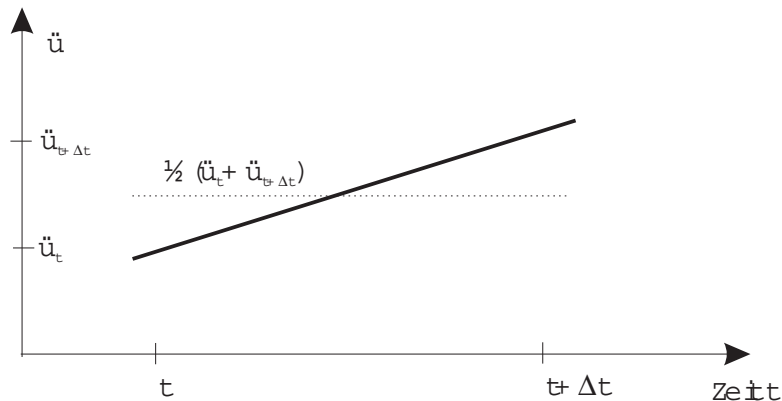


Abbildung 3.4: Durchschnittsbeschleunigung beim Newmark-Verfahren

Gegenüber anderen Verfahren hat das Newmark-Verfahren den Vorteil, dass im ersten Zeitintervall kein besonderes Startverfahren nötig ist .

In ANSYS können die beiden Parameter  $\alpha$  und  $\delta$  durch den *TINTP*-Befehl spezifiziert werden, wobei ANSYS standartmäßig  $\alpha = \frac{1}{4}$  und  $\delta = \frac{1}{2}$  verwendet.

### Zeitschritte

Bei der transienten dynamischen Analyse bekommt der Zeitfaktor, der in einer statischen nichtlinearen Analyse zwar auch für eine bessere Zuordnung der Ergebnisse verwendet werden kann, die eigentliche Bedeutung als Zeit. Neben der Größe der Lasten ist immer die Angabe des Belastungszeitpunkts nötig. Bei jeder Belastung kann zusätzlich definiert werden, ob diese sprungförmig oder gleichmäßig erfolgt (Befehl *KBC* - Abbildung 3.5).

Vor einer impliziten dynamischen Analyse sollte zusätzlich eine Modalanalyse durchgeführt werden, um damit eine obere Schranke für den Zeitschritt  $\Delta t$  zu bestimmen. Wählt man zu große Zeitschritte, überspringt man einzelne Schwingungen und erzielt dann keine zufriedenstellenden Ergebnisse. ANSYS empfiehlt als Zeitschritt ungefähr 20 Punkte je Schwingung der höchsten zu berücksichtigenden Frequenz  $f_{max}$ .

$$\Delta t_{max} = \frac{1}{20 \cdot f_{max}} \quad (3.10)$$

Eine andere Bedeutung als bei der nichtlinearen Beulanalyse hat der Befehl *AUTOTS,ON* (siehe Kapitel 3.1.6). Bei einer nichtlinearen Analyse nähert sich der Zeitfaktor langsam an die maximale Last an und führt bei Bisektion auch Sprünge zu

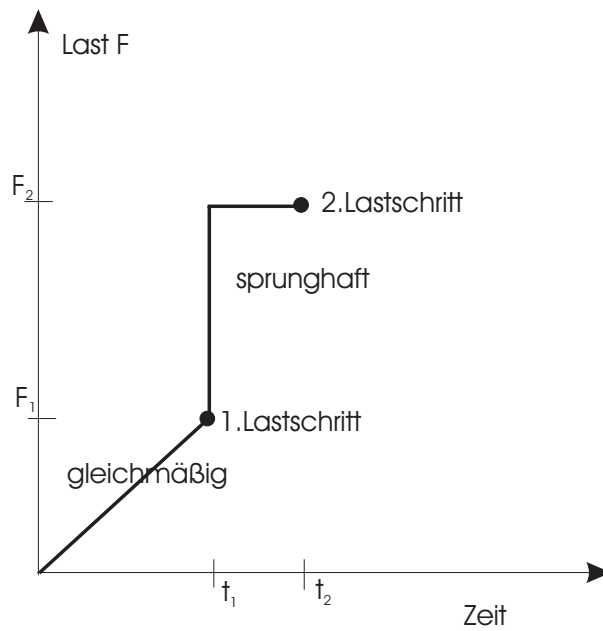


Abbildung 3.5: Arten der Lastaufbringung bei dynamischen Analysen

niedrigeren Lasten aus, wobei  $AUTOTS,ON$  die Größe dieser Sprünge optimiert. Dies ist bei der transienten Analyse so nicht möglich, da nur positive Zeitschritte berechnet werden.  $AUTOTS,ON$  wählt deswegen einen sinnvollen positiven Zeitschritt für den nächsten Lastschritt und legt dafür zugrunde:

- Antwortfrequenz der Struktur
- Anzahl der erforderlichen Gleichgewichtiterationen
- Status von nichtlinearen Elementen
- die Schranken für den maximalen und minimalen Zeitschritt ( $DELTIM$  oder  $NSUBST$ )
- sinnvolle Größenänderungen der Schritte.

### Aufgesetzte Analyse

Neben einer transienten dynamischen Analyse von Beginn der Belastung an, ist es in ANSYS auch möglich, eine transiente dynamische Berechnung mit Spannungen aus einer statischen Analyse durchzuführen. Dies hat den Vorteil, dass Rechenkapazitäten gespart werden, da in der statischen Analyse größere Lastschritte möglich sind. Folgendes Vorgehen ist dafür erforderlich:

- Die Berechnung ist mit *ANYTYPE,TRANS* zu starten.
- Es sind die Effekte aus Vorspannung zu aktivieren (*SSTIFF,ON*).
- Der erste Lastschritt wird ohne dynamische Effekte berechnet (*TIMINT,OFF*), wobei man einen für die spätere Auswertung sinnvollen Zeitschritt wählt.
- Bei den weiteren Lastschritten geht man dann wie gewohnt vor, schaltet aber vorher wieder die dynamischen Effekte ein (*TIMINT,ON*).

### Dämpfung

Wichtig bei einer dynamischen Analyse ist auch die Definition der Dämpfung. Auch wenn diese für die theoretische Betrachtung nicht notwendig erscheint, ist es trotzdem wichtig, diese bei numerischen Untersuchungen mit einzugeben, da sich ansonsten Schwingungen mit der Wellenlänge einer höheren Eigenform zu stark aufschwingen würden und so zu einem numerischen Problem werden. Weitere Angaben zur Dämpfung siehe Kapitel 4.2.3.

### Test der transienten dynamischen Analyse

Um die transient dynamische Analyse zu testen, wurde als einfaches Beispiel ein Eulerstab gewählt ( $E=20000 \text{ N/mm}^2$ ,  $l=100 \text{ mm}$ ,  $b=h=1 \text{ mm}$  - Eulerfall 1 - Abbildung 3.6).

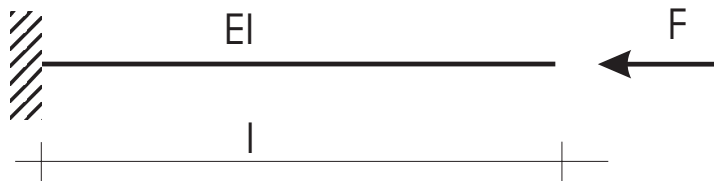


Abbildung 3.6: Eulerstab für den Test der dynamischen Analyse

Dieser Eulerstab erreicht seine Knicklast bei

$$P_k = \frac{\Pi^2 EI}{s_k^2} = \frac{\Pi^2 \cdot 20000 \cdot 1/12}{(2 \cdot 100)^2} = 0,41 \text{ N} \quad (3.11)$$

$$\delta_k = \frac{P_k l}{E} = \frac{0,41 \cdot 100}{20000} = 0,00205 \text{ mm}$$

Wird dieser Stab nun an seinem Ende mit der Last von  $F=0.45$  N belastet (lineare Steigerung - verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten), zeigt sich das in der Abbildung 3.7 gezeigte Verhalten der Verformung in y-Richtung - dies allerdings nur, falls eine kleine Imperfektion eingefügt wird (sehr kleine Kraft in y-Richtung am äußersten Knoten). Bei der Belastungsgeschwindigkeit  $v=1$  N/mm erkennt man sehr gut die Berücksichtigung der Dämpfung. Sowohl das Inputfile für den Test mit dem Eulerstab

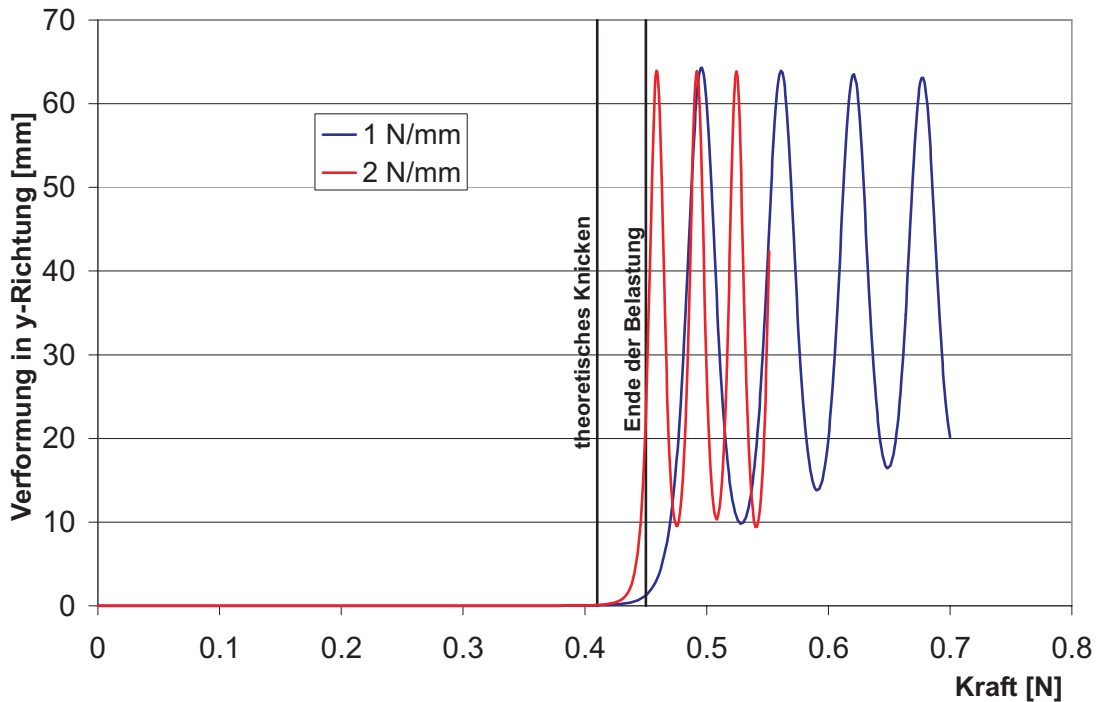


Abbildung 3.7: Transient dynamische Berechnung des Eulerstabes

als auch das der verwendeten transienten dynamischen Untersuchung ist im Anhang angegeben (G und H).

### 3.1.6 Explizite dynamische Analyse

Bei einer expliziten dynamischen Analyse wird das Gleichgewicht nicht zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  sondern zum Zeitpunkt  $t$  hergestellt. Ein Beispiel ist das 'Zentrale Differenzenverfahren'.

In ANSYS selbst ist eine solche Analyse nicht möglich. Stattdessen wird eine Schnittstelle zum Programm LS-DYNA zur Verfügung gestellt, mit deren Hilfe in ANSYS eingegebene Strukturen in LS-DYNA dynamisch explizit errechnet werden und die Ergebnisse wieder in ANSYS eingebunden werden können.

## 3.2 Steuerung einer nichtlinearen Rechnung

ANSYS unterscheidet bei der Steuerung einer nichtlinearen Rechnung zwischen Lastschritten (loadstep) und Zwischenschritten (substep). Dabei verwendet ANSYS zur Identifizierung der einzelnen Berechnungsergebnisse einen Zeitparameter, auch wenn im eigentlichen Sinne keine Zeitabhängigkeit vorliegt. Die Zeit am Ende eines Lastschrittes kann dabei (falls sie nicht wie voreingestellt als 1 gewünscht ist) mit dem *TIME*-Befehl verändert werden. In jedem Lastschritt können sich nun eine beliebige Zahl von Zwischenschritten befinden. Die Steuerung der Anzahl der Zwischenschritte und deren Abstand zueinander werden durch verschiedene, im folgenden kurz erläuterte Befehle gesteuert.

Der Abstand der Zwischenschritte wird durch den *NSUBST*-Befehl eingestellt. Dabei kann zum einen der maximale (entspricht dem Zeitschritt am Anfang der Berechnung) zum anderen auch der minimale Zeitschritt (entspricht der Genauigkeit) eingegeben werden. Alternativ dazu steht das *DELTIM*-Kommando zur Verfügung.

In jedem Zwischenschritt versucht ANSYS das Gleichgewicht herzustellen. Dies wird mit Hilfe von mehreren Newton-Rapson-Iterationen erreicht, deren Maximalzahl mit dem *NEQIT*-Kommando eingegeben werden kann. Wenn die von ANSYS verwendeten Konvergenzgrenzen für die Berechnung nicht sinnvoll erscheinen, können diese mit dem *CNVTOL*-Kommando angepasst werden.

Falls ein Zwischenschritt zu keiner Lösung führt, halbiert ANSYS die Schrittweite (Bisektion), um mit einem kleinerem Zeitschritt eine Konvergenz zu erreichen. Die Bisektion wird zusätzlich optimiert, wenn durch *AUTOTS,ON* die optimale Zeitschrittgröße abgeschätzt und damit die Anzahl der Zwischenschritte verringert wird.

Während der nichtlinearen Berechnung wird die aktuelle Entwicklung der Konvergenz auf dem Bildschirm angezeigt und in einer Monitoring-Datei abgelegt (Abbildung 3.8).

## 3.3 Konvergenzhilfen

### 3.3.1 Line Search

(*LNSRCH,ON*)

Mit Line Search (zu deutsch am besten 'eindimensionale Minimumssuche') können oszillierende Verschiebungen gedämpft werden. Veranschaulichen lässt sich der Einfluss an einem Kragarm (Abbildung 3.9):

Der erste Iterationsschritt mit einer Last, die eine große Verformung hervorruft, ergibt eine der linearen Theorie entsprechende Verformung. Ein weiterer Iterationsschritt er-

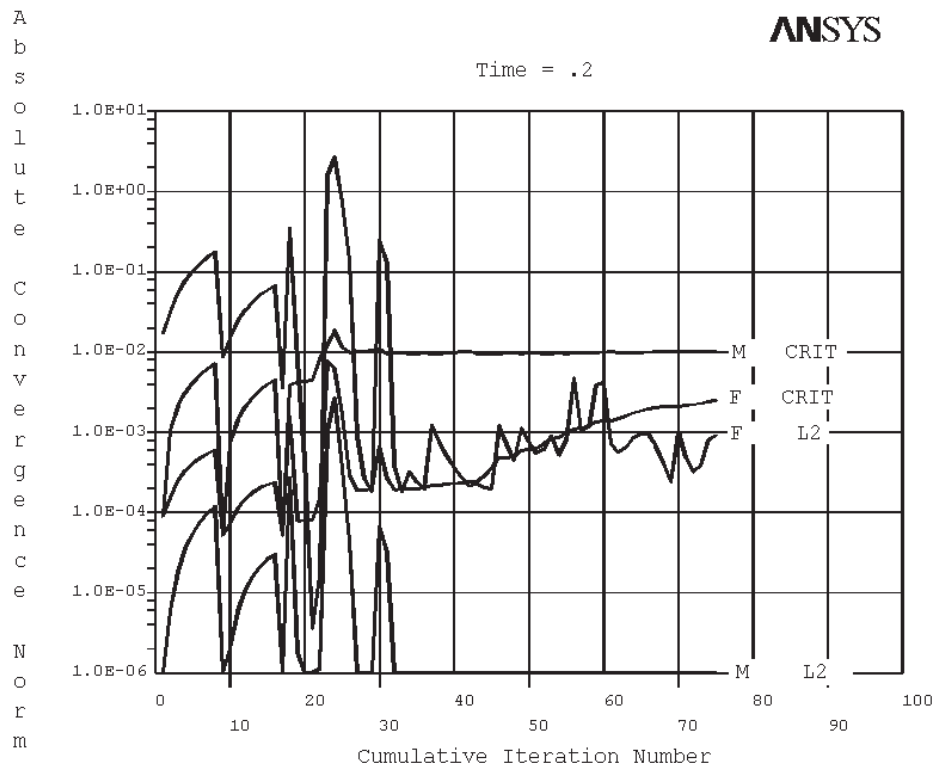


Abbildung 3.8: Bild Monitoring

gibt eine zusätzliche Verformung in x-Richtung. Diese Verformung führt zu einem kleineren Moment, das System versteift sich. Durch das kleinere Moment wiederum resultieren kleinere Verformungen, die wieder größere Momente zur Folge haben. Es entsteht eine oszillierende Bewegung. Durch Line Search wird diese Schwingung gedämpft und das System führt zu einer schnelleren Konvergenz.

In der Mathematik wird 'Line Search' verwendet, um bei einem Funktional entlang einer vorgegebenen Suchrichtung das Minimum zu suchen. In der Finiten-Element-Methode handelt es sich bei dem Funktional um die potentielle Energie im jeweiligen Lastschritt. Die bei solchen oszillierenden Vorgängen nötige Dämpfung wird durch die Einführung eines Faktors  $q$  in die Gleichung 3.3 erreicht.

$$\tilde{\underline{u}}_{m-1} = \tilde{\underline{u}}_m + q \cdot \Delta \underline{u} \quad (3.12)$$

Durch Gleichsetzen der Ableitung dieser Gleichung mit dem Residuum  $\underline{d}$  ergibt sich bei Anwendung von nicht zu klein gewählten Toleranzen für die Konvergenz der Faktor  $q$ .

Sinnvoll ist Line Search bei

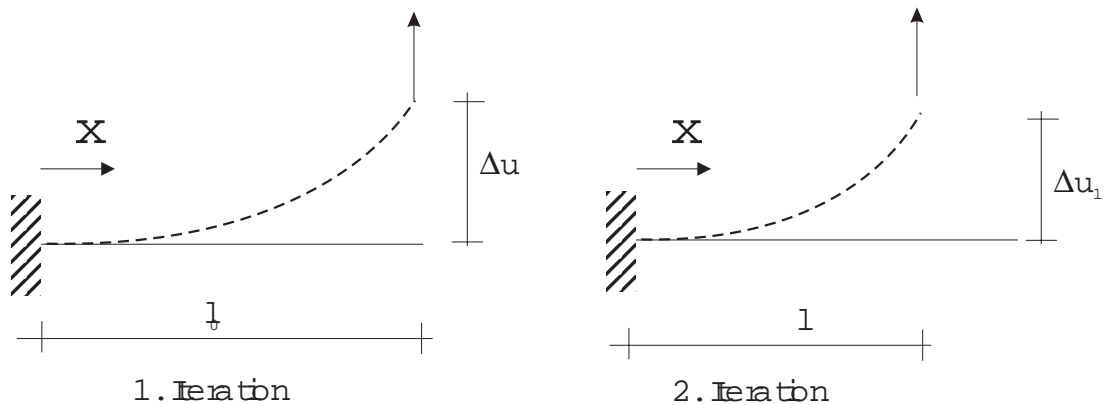


Abbildung 3.9: Kragarm

- Laststeuerung (eher als bei Verformungssteuerung)
- Strukturen mit wechselnder Steifigkeit
- häufig aktiviertem Adaptive Descent
- häufiger Vorzeichenänderung des Verschiebungsincrements.

### 3.3.2 Prädiktor

(*PRED,ON*)

Für jeden Zwischenschritt wird als Startlösung im allgemeinen die Lösung des letzten Schrittes verwendet. Der Prädiktor benutzt stattdessen die Lösung des letzten Schrittes, um daraus durch Extrapolation die Lösung des nächsten Schrittes vorherzusagen. Durch Verwendung dieser Extrapolation als Startlösung verringert sich die Zahl der nötigen Gleichgewichtssiterationen, allerdings nur, falls sich das Systemverhalten in diesem Zwischenschritt nicht wesentlich ändert.

Eine positive Wirkung des Prädiktors mit anderen Konvergenzhilfen (außer *AUTOTS,ON*) ist selten der Fall, da sich diese gegenseitig widersprechen.

### 3.3.3 Adaptive Descent

(*NROPT,,ON*)

Da bei einer steiferen Steifigkeitsmatrix ein größerer Konvergenzradius vorliegt und damit größere Zeitschritte möglich sind, liegt es nahe, am Anfang einer Iteration die



Steifigkeit höher anzusetzen, als vorhanden und erst beim Erreichen des Konvergenzbereiches die richtige Steifigkeitsmatrix (Tangente) zu verwenden. Deswegen wird bei eingeschaltetem Adaptive Descent am Anfang einer Iteration die Steifigkeitsmatrix aus der Summe der Sekanten- und der Tangentenmatrix nach Gleichung 3.13 bestimmt (siehe Abbildung 3.10).

$$\underline{K} = \xi \underline{K}_S + (1 - \xi) \underline{K}_T \quad (3.13)$$

Dabei wird  $\xi$  der Descent-Parameter der nach folgendem Schema gewählt wird:

1. Start mit  $\xi = 0$  (Tangente).
2. Steigt die Konvergenznorm, wird  $\xi$  auf 1 gesetzt (Sekante).
3. Sinkt die Konvergenznorm, wird  $\xi$  verkleinert bis  $\xi = 0$

ANSYS gibt die aktuelle Entwicklung von  $\xi$  mit folgender Meldung aus:

```
* RESIDUAL INCREASED. PREV SOLN REMOVED. DESCENT PARAM SET TO 1.000
```

Adaptive Descent ist insbesondere vorgesehen für

- Plastizität
- Kontakt
- Spannungsverteilung bei großen Dehnungen

### 3.3.4 Solcontrol

(*SOLCON,ON*)

ANSYS bietet für eine sinnvolle Wahl der Konvergenzhilfen das *SOLCON*-Kommando an. Die Werte der verschiedenen Parameter sind in der Tabelle 3.1 wiedergegeben. Außerdem kann mit dem *SOLCON*-Kommando die bei Kontaktelementen mögliche Zeitschrittvorhersage aktiviert werden (bei Kontaktelementen *KEYOPT (7)*). Die durch *SOLCON* vorgegebenen Werte können natürlich durch Eingabe der jeweiligen Kommandos überschrieben werden. Vorgabe ist seit ANSYS 5.4 *SOLCON,ON*.

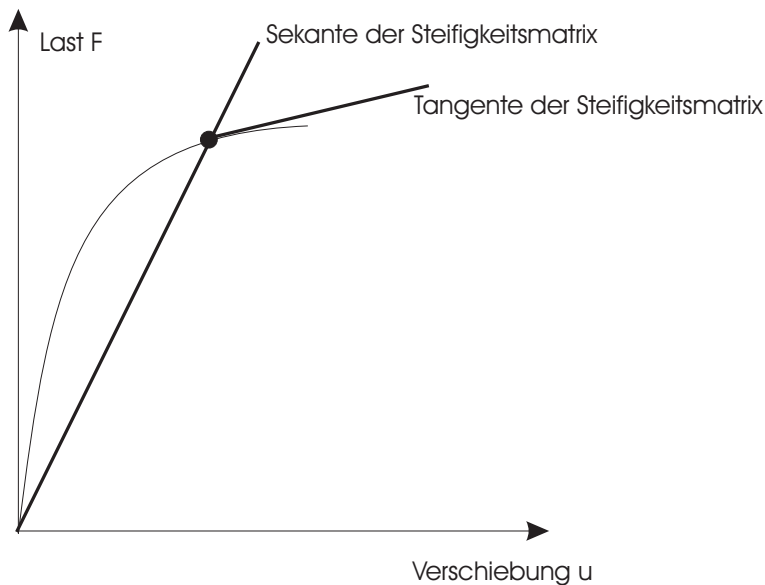


Abbildung 3.10: Adaptive Descent

Kommando	<i>SOLCON,ON</i>	<i>SOLCON,OFF</i>
<i>AUTOTS</i>	ON	OFF
<i>SSTIFF</i>	ON bei nichtlinearen Analysen ( <i>NLGEOM,ON</i> )	OFF
Adaptive Decent	OFF (außer bei Elementen 12, 26, 48, 49 und 52)	Bei Kriechen und Plastizität ON
Zeitvorhersage bei den Kontaktelementen 12, 26, 52	wird unabhängig von KEYOPT(7) gewählt, außer es ist eingestellt	wird abhängig von KEYOPT(7) gewählt
<i>NEQIT</i>	meist 15 - wird automatisch gewählt	25
<i>PRED</i>	meist ON außer wenn Verdrehungen vorhanden	OFF
<i>LNSRCH</i>	ANSYS wählt automatisch	OFF
<i>ARCLLEN</i>	Ein effektiveres Arclenth-Verfahren wird verwendet	-

Tabelle 3.1: Einflüsse durch *SOLCON,ON*

## 4 Numerisches Modell

### 4.1 Gewähltes Finites Element

Für die Finite-Element-Diskretisierung wurde ein isoparametrisches Schalenelement benutzt. Volumenelemente schieden wegen der erheblich größeren erforderlichen Rechenzeit aus. Das gewählte Schalenelement sollte das orthotrope Materialverhalten des carbonfaserverstärkten Kunststoffes nachbilden können. ANSYS bietet hierfür sogenannte 'Layered Shells' an. Diese Schalenelemente bestehen aus mehreren Schichten, wobei jede Schicht anisotrope Eigenschaften besitzen kann. Es sind dabei bis zu 250 Schichten möglich.

In ANSYS existieren zwei verschiedene 'Layered Shells' - eine mit einem linearen und eine mit einem nichtlinearen Materialverhalten. Da hier keine materiellen Nichtlinearitäten betrachtet werden sollten, fiel die Wahl auf das materiell lineare Element SHELL99.

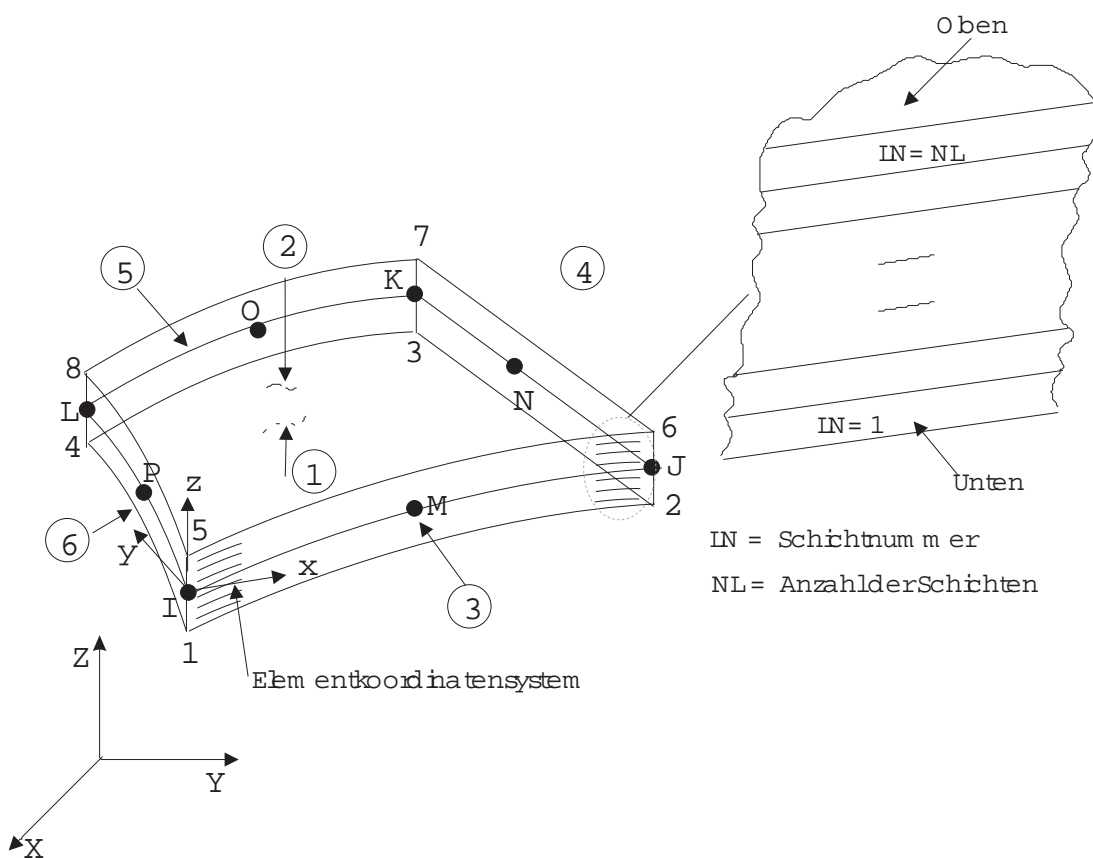


Abbildung 4.1: Element SHELL99

SHELL99 ist ein isoparametrisches Element, das heißt, es kann krummlinig berandet sein. Ein solches Element ist hier notwendig, da die Oberfläche der Elemente auf einem Zylinder liegt und damit nicht eben ist. Unzulässig sind bei isoparametrischen Elementen stark verzerrte Elementformen und Knoteninnenwinkel größer als  $180^\circ$ . ANSYS gibt bei Vorliegen solcher Geometrien eine Warnmeldung aus - auch wenn diese erst durch die Belastung entstehen. Treten diese Warnungen während der Belastung auf, so deuten sie meist auf ein Versagen des Modells hin.

Das Element SHELL99 ist ein 8-Knoten-Element, bei dem die Verschiebungen durch quadratische Parabeln mit drei Stützstellen je Elementseite dargestellt werden. ANSYS generiert beim Element SHELL99 selbständig die doppelte Anzahl von Knoten, um die quadratische Randfunktion ansetzen zu können. Diese sollten weder gelöscht, noch mit Kontaktelementen verbunden werden. Wellenausbreitungsanalysen sollten ebenfalls mit 8-Knoten-Elementen nicht berechnet werden.

Das Element wird über drei oder vier Knoten definiert. Grundsätzlich sind viereckige Elemente anzustreben, da Dreieckselemente zu ungewollten Versteifungseffekten führen können und daher nur in Ausnahmefällen (Netzübergänge, keine andere Möglichkeit der Netzgenerierung) benutzt werden sollten.

An jedem Knoten sind alle Freiheitsgrade definiert. Da bei der Schalentheorie die Rotation um eine Achse senkrecht zum Element keine Steifigkeit besitzt, wurde die Herangehensweise von Zienkiewicz verwendet, um eine freie Drehung um diese Achse zu vermeiden. (siehe [18] und [17], Seite 197 ff.)

Die Knoten des Elements können sowohl in der Mittelebene, als auch in der untersten oder obersten Ebene definiert werden. Wie im folgenden gezeigt, wurden die Knoten der Zylindersegmenthaut in der Mittelebene definiert, damit die einzubringenden Lasten keine Exzentrizität verursachen. Bei den Steifen wird bei dem verwendeten Modell dieses kleine Moment akzeptiert und die Knoten am Rand definiert.

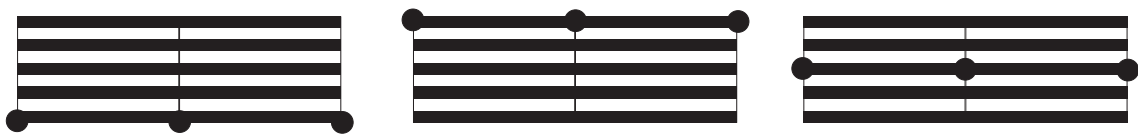


Abbildung 4.2: Knoten in der untersten, obersten Ebene und in der Mittelebene

Das Element SHELL99 bietet dem Anwender zusätzlich die Möglichkeit der Eingabe von Versagenskriterien. So können maximale Zug-, Druck- oder Schubspannungen sowohl zwischen den Schichten als auch zwischen den Elementen als Abbruchkriterium definiert werden. Ein solches Abbruchkriterium wurde hier nicht berücksichtigt.

## 4.2 Materialkennwerte

Im folgenden werden die für die Erstellung der Steifigkeitsmatrix erforderlichen Kenngrößen erörtert. Neben den E-Moduli und Schubmoduli in die drei Koordinatenrichtungen sind die zugehörigen Querkontraktionszahlen erforderlich. Außerdem werden die Dichte und die Erdbeschleunigung benötigt. Bei diesen beiden Größen ist insbesondere auf die Konsistenz der Einheiten zu achten.

### 4.2.1 Eingabe der Querkontraktionszahl

Dazu betrachtet man am besten die Inverse der Elastizitätsmatrix  $\underline{E}$  eines orthotropen Werkstoffes:

$$\underline{E}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{31}}{E_3} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Da diese Matrix symmetrisch sein muss, gelten folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{12}}{E_1} &= \frac{\nu_{21}}{E_2} \\ \frac{\nu_{23}}{E_2} &= \frac{\nu_{32}}{E_3} \\ \frac{\nu_{13}}{E_1} &= \frac{\nu_{31}}{E_3} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Da der hier verwendete faserverstärkte Kunststoff senkrecht zu den Fasern die gleichen Eigenschaften hat, gilt außerdem:

$$\begin{aligned} E_2 &= E_3 \\ \nu_{12} &= \nu_{13} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$G_{12} = G_{13}$$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2 \cdot (1 + \nu_{23})}$$

Damit ergibt sich folgende Matrix:

$$\underline{E}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Um nun diese Matrize invertieren zu können, muss sie positiv definit sein. Positiv definit heißt bei reellen, symmetrischen Matrizen, dass die Determinanten aller führender Hauptuntermatrizen positiv sind - damit ist natürlich auch die Determinante der Matrix selbst positiv.

### Hauptdeterminante

$$\det(\underline{E}^{-1}) > 0 \quad \leftrightarrow \quad \frac{1}{E_1 \cdot E_2^2} (1 + \nu_{23}) \cdot (1 - \nu_{23} - 2 \cdot \nu_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1}) > 0 \quad (4.5)$$

### Unterdeterminanten

$$\det \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} \end{bmatrix} > 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 - \nu_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1} > 0 \quad (4.6)$$

$$\det \begin{bmatrix} \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} \\ \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} \end{bmatrix} > 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 - \nu_{23}^2 > 0 \quad (4.7)$$

ANSYS überprüft die Materialeingaben, ob eine positiv definite Elastizitätsmatrix vorliegt. In ANSYS ist sowohl die Eingabe der oberen Querkontraktionszahlen  $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$  (major Poission ratio - in ANSYS über *MP,MAT,PRXY* einzugeben) als auch die der unteren Querkontraktionszahlen  $\nu_{21}, \nu_{32}, \nu_{31}$  (minor Poission ratio - in ANSYS über *MP,MAT,NUXY* einzugeben) möglich. Vorsicht ist hier bei den im ANSYS-Help-System vorhandenen Beispieldateien notwendig: hier sind einige Fehler enthalten.

Bei den 'Layered Shell' sind nach der Eingabe der orthotropen Materialparameter die Richtungen der einzelnen Schichten zu definieren. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Richtungen im Elementkoordinatensystem (*ESYS*) definiert sind und dass bei einem automatischen Generieren von Elementen (Meshen) dieses Koordinatensystem extra global definiert werden sollte, da ANSYS ansonsten für die Elemente je nach Elementseitenlängenverhältnis die Koordinatensysteme unterschiedlich definiert.

Bei symmetrischer Anordnung der Schichten ist es möglich, nur die eine Hälfte der Schichten einzugeben, während die andere von ANSYS automatisch berücksichtigt wird.

### 4.2.2 Dichte, Erdbeschleunigung

Bei dynamischen Untersuchungen ist es notwendig, auch die **Masse** der zu untersuchenden Strukturen einzugeben.

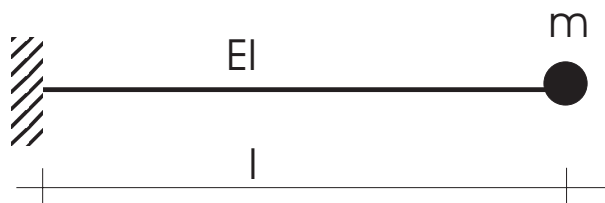


Abbildung 4.3: Blattfeder für den Test der Einheiten

Zwar können in allen Finiten-Element-Rechnungen die Einheiten frei gewählt werden, doch müssen diese konsistent sein. Da man aber bei der Wahl von Masse oder Dichte nach der Festlegung von Zeit, Länge und Kraft nicht mehr in der Wahl der Einheit frei ist, um konsistente Einheiten zu erhalten, können durch falsche Einheiten schnell Fehler auftreten. Deswegen wurde an einem kleinen Modell die richtige Eingabe getestet. Dazu wurde eine Blattfeder verwendet (Abbildung 4.3). Eine Blattfeder besitzt die Federsteifigkeit

$$c = 3 \cdot \frac{EI}{l^3} \quad (4.8)$$

Daraus lässt sich die Eigenfrequenz bestimmen zu:

$$f = \frac{1}{2\Pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (4.9)$$

Bei den für den Test angenommenen Größen ( $E=20.000 \text{ N/mm}^2$ ,  $m=100 \text{ g}$ ,  $l=100 \text{ mm}$ ,  $b=h=1 \text{ mm}$ ) ergibt sich somit die Frequenz  $f=1,125 \text{ Hz}$ .

In ANSYS muss man Massen immer in der Einheit

$$\text{Masse} = \frac{\text{Kraft} \cdot \text{Zeit}^2}{\text{Laenge}} \quad (4.10)$$

eingeben. Bei den Berechnungen wurden folgende Einheiten gewählt:

Kraft 1 Newton  
 Zeit 1 Sekunde  
 Länge 1 Millimeter

Folglich müssen Massen in der Einheit  $10^{+6}g$  eingegeben werden.

Einheitensystem	Länge	Masse	Zeit	Kraft	Arbeit
SI, mks	m	kg	s	kg	J
cgs	cm	g	s	dyn	erg
fps (US)	ft	lb	s	pdl	lbf*ft
Var. 1	mm	1e3 kg	s	N	1e3 J
Var. 2	mm	kg	ms	kN	kNmm
Var. 3	cm	g	$\mu$ s	1e7 N	-

Tabelle 4.1: Konsistente Einheitensysteme nach [12]

Berechnet man in ANSYS nun mit diesen Größen die Frequenz der geschilderten Blattfeder, so zeigt sich numerisch das selbe Ergebnis wie das theoretische.

Eine gute Zusammenfassung stellt die Tabelle 4.1 aus [12] dar, in der verschiedene konsistente Einheitensysteme dargestellt sind. Hier verwendet wird die Var. 1.

### 4.2.3 Dämpfung

Wie schon in Kapitel 3.1.5 geschildert, ist für eine dynamische Analyse Dämpfung erforderlich. Bei eindimensionalen Schwingern ist im allgemeinen das Lehrsche Dämpfungsmaß  $D$  üblich, das die Dämpfungskonstante des viskosen Dämpfers  $d$  in der Gleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = 0 \quad (4.11)$$

durch die dimensionslose Größe  $D$  ersetzt:

$$D = \frac{d}{2 \cdot \sqrt{m \cdot k}} \quad (4.12)$$

Dieses Vorgehen ist zwar auch bei Schwingern mit mehreren Freiheitsgraden möglich, aber bei einer analytischen Betrachtung selten sinnvoll, da damit für jeden Teil des Systems die Größe der Dämpfung angegeben werden müsste. Auch bei der numerischen Analyse ist dieses Vorgehen nicht angebracht, da dadurch die Gleichungen gekoppelt werden und die Lösungsphase aufwendiger wird.

Der einfachste Weg zur Berücksichtigung der Energiedissipation ist die modale Dämpfung. Durch diese Annahme wird erreicht, dass das System in seine Freiheitsgrade zerlegbar bleibt. Dabei geht man davon aus, dass eine proportionale Dämpfung vorliegt (Dämpfung proportional zur jeweiligen Eigenschwingungsfrequenz), für die gilt:

$$\underline{\phi}_i^T \cdot \underline{D} \cdot \underline{\phi}_j = 2\omega_i \xi_i \delta_{ij} \quad (4.13)$$

mit



- $\xi_i$  = modaler Dämpfungsparameter
- $\underline{\phi}_i$  = Eigenvektor.

Das Dämpfungsmaß dieser auch Rayleigh-Dämpfung genannten Dämpfung nimmt man an zu

$$\underline{D} = \alpha \cdot \underline{M} + \beta \cdot \underline{K}. \quad (4.14)$$

Setzt man die Gleichung 4.14 in die Gleichung 4.13 ein, so erhält man

$$\underline{\phi}_i^T \cdot (\alpha \underline{M} + \beta \underline{K}) \underline{\phi}_i = 2\omega_i \xi_i \quad (4.15)$$

oder mit  $\omega^2 = \frac{K}{M}$

$$\alpha + \beta \omega_i^2 = 2\omega_i \xi_i \quad (4.16)$$

Die kleinste Eigenfrequenz kann man durch eine Modalanalyse ermitteln, die größte zu berücksichtigende Eigenfrequenz lässt sich mit folgender Gleichung abschätzen:

$$\omega_{max} = \frac{2}{\Delta t_{crit}} \quad (4.17)$$

$$\Delta t_{crit} = \frac{l}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}$$

Setzt man nun in die Gleichung 4.16 die zu den Eigenfrequenzen ( $1700 \frac{1}{sec}$  und  $1,1 \cdot 10^6 \frac{1}{sec}$ ) angenommenen modalen Dämpfungsparameter  $\xi_i$  ein (hier 3,5%), lassen sich die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  mittels des entstehenden Gleichungssystems bestimmen. Sie liegen hier bei

$$\alpha = 118 \frac{1}{sec}$$
$$\beta = 6,4 \cdot 10^{-8} sec.$$

Neben der Rayleigh-Dämpfung sind in ANSYS noch folgende Formen der Dämpfung verfügbar:

- Materialabhängige Dämpfung - Eingabe nur von  $\beta$  - allerdings für verschiedene Elementtypen unterschiedlich möglich

- Lehrsches Dämpfungsmaß (siehe oben) - allerdings in der transienten dynamischen Analyse in der verwendeten Form nicht verfügbar
- Modale Dämpfung - Eingabe von Dämpfungsparametern für verschiedene Eigenschwingungsformen - in der transienten dynamischen Analyse in der verwendeten Form nicht verfügbar
- Die Anordnung von Dämpfungselementen

Weitere Ausführungen über Dämpfung zum Beispiel in [10].

### 4.3 Modellbildung

#### 4.3.1 Geometrie des Gesamtmodells

Das zu berechnende Tragwerk besteht aus einem Segment eines Zylinders. Zur Erhöhung der Tragfähigkeit wurden auf die Innenseite des Zylinders sechs Steifen geklebt. Belastet werden sollte das Zylindersegment mit einer axialen Druckkraft. Die gesamte Geometrie ist in Abbildung 4.4 dargestellt.

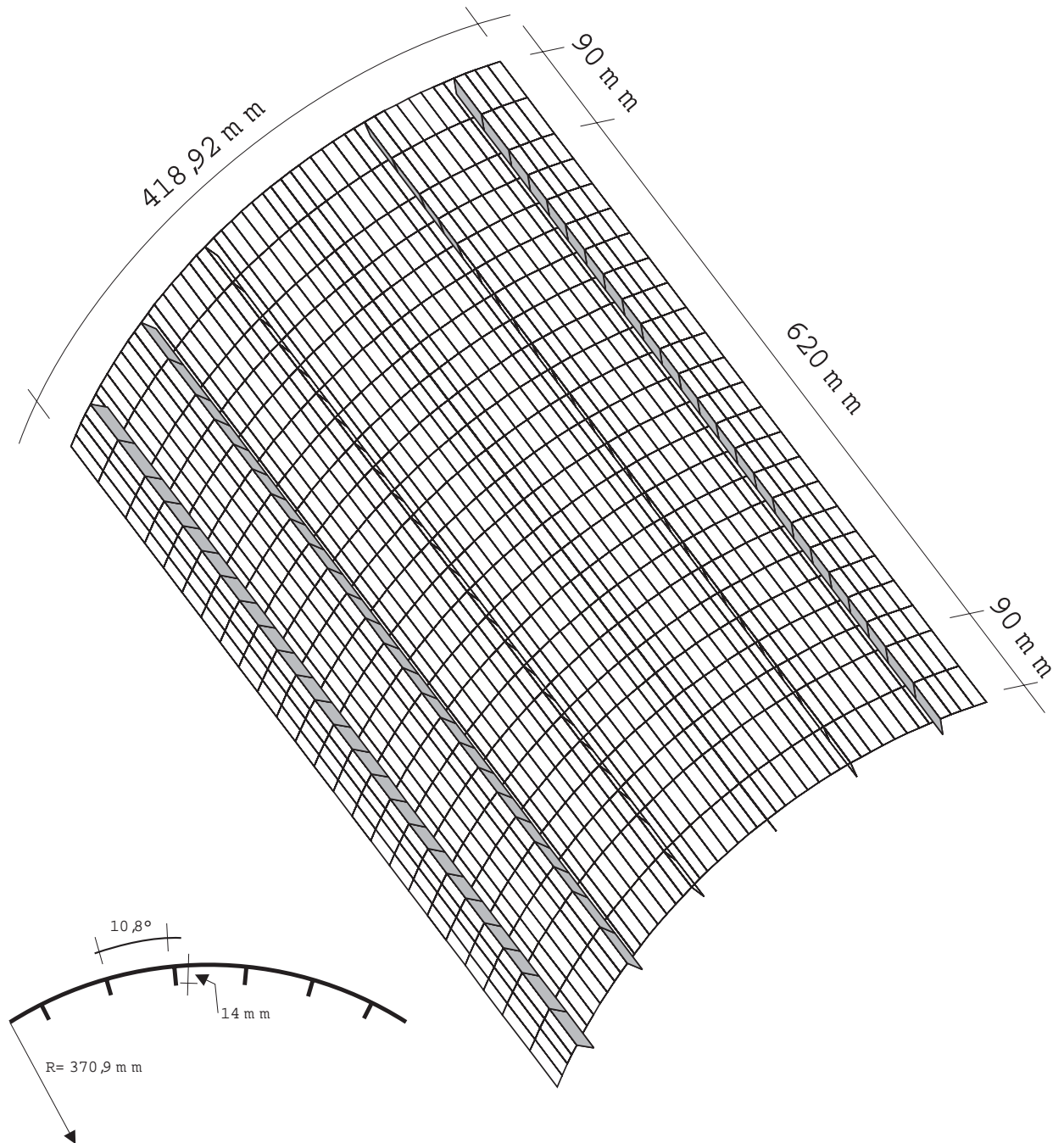


Abbildung 4.4: Geometrie des Gesamtmodells

Die genaue Spezifikation der Auflager und die Ergebnisse der beim DLR durchgeführten Versuche sind im Kapitel 6 beschrieben.

### 4.3.2 Lagerung

Als Randbedingungen wurden folgende Auflagerreaktionen gewählt, die sowohl bei der Haut, als auch bei der Steife angesetzt wurden (siehe Abbildung 4.5):

- Am unteren und oberen Rand wurden alle Knoten radial und tangential gelagert.
- Am unteren Rand wurden die Knoten zusätzlich axial gelagert.
- Im Bereich der Einspannung des Modells ( $h = 0$  bis  $90$  mm,  $h=710$  bis  $800$  mm) wurde die Rotation um die Tangentialrichtung und die Verschiebung in Radialrichtung behindert. Die Verschiebung in Axialrichtung war in diesem Bereich möglich.
- Im Bereich des oberen Randes wurden zusätzlich alle Knoten in Axialrichtung gekoppelt, das heißt, es wurde hier die gleiche Verschiebung aller Knoten erzwungen.

### 4.3.3 Haut - Längssteife

Im folgenden wird die Modellierung der Haut und der Steife beschrieben. Sowohl für die Haut, als auch für die Steife wurde das Element SHELL99 verwendet. Als Koordinatensystem wurde ein zylindrisches Koordinatensystem gewählt ( $CSYS,1$ ). Grundsätzlich lassen sich zwei Arten der Modellierung unterscheiden:

- die Modellierung der Steife und der Haut durch ein Schalenelement in Dickenrichtung
- die Modellierung getrennt durch zwei Schalenelemente, die die gleichen Knoten besitzen.

Die bei den Versuchen im DLR vorgelegenen Steifen waren aus verschiedenen Unidirektionalgewebelagen aufgebaut und sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Steifen wurden für die Finte-Element-Berechnung in der in Abbildung 4.7 dargestellten Weise vereinfacht. Eine Übersicht über alle getesteten Berechnungsmodelle zeigt die Abbildung 4.8.

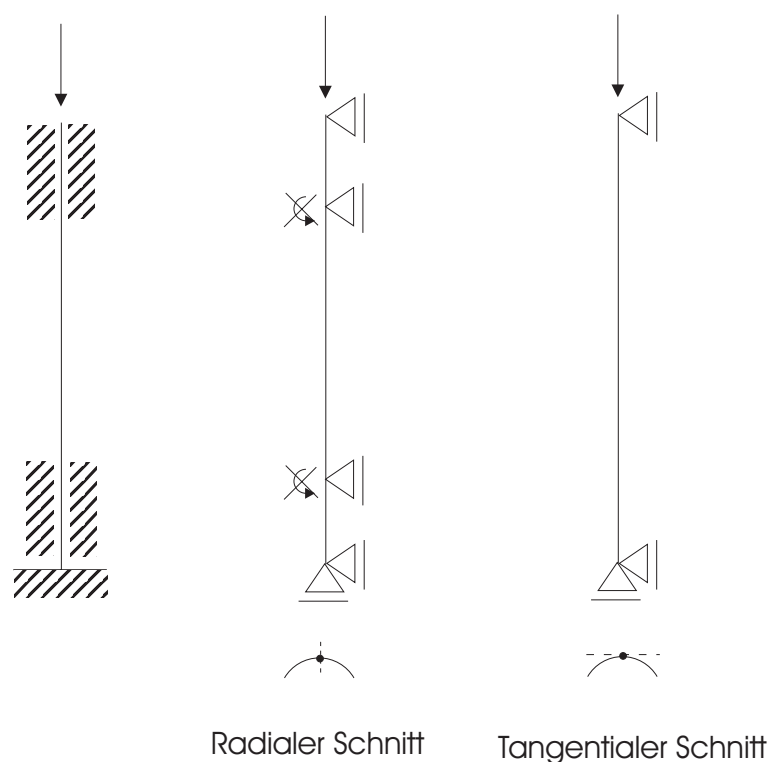


Abbildung 4.5: Lagerung des Zylindersegments

Bei den Modellen 1 und 2 wurden die Steife und die Haut durch ein Schalenelement in Dickenrichtung elementiert. Beim Modell 3 wird die durch zusätzliche Schalenelemente erstellte Steife mit der Haut gekoppelt, das heißt, die Haut- und die Steifenknoten besitzen die selben Verformungen in alle Richtungen. Dieses Modell kann also mit dem Modell 4 verglichen werden, bei dem die Haut- und Steifenknoten identisch sind. Die Modelle 5 bis 7 sind durch Veränderung der Knotenlage (middle, bottom, top) der Schalenelemente aus dem Modell 4 entstanden.

Neben den hier untersuchten Elementen sind auch Modelle mit über die Länge veränderlichen Schalenelementdicken möglich. Außerdem lassen sich in anderen Programmen (FEAP, ABAQUS) die Knotenlagen im geschichteten Element frei wählen, so dass hier weitere Variationen möglich sind.

Die Ergebnisse der linearen Beulanalysen in Tabelle 4.2 zeigen, dass die Modelle 3 und 4 zu niedrige Versagenslasten ergeben. Dies liegt an der Reduzierung des Flächenträgheitsmoments durch die Verschiebung der Knoten der Haut und der Steife auf einen Punkt. Das Modell 6 hingegen zeigt zu hohe Lasten, da sich hier durch die exzentrisch eingeleitete Kraft die Momente in Haut und Steife gegenseitig aufheben. Die Modelle 1 und 2 sind wiederum für die Modellierung der Schädigung nur schlecht verwendbar. Deswegen wurde bei den folgenden Berechnungen das Modell 5 verwendet.

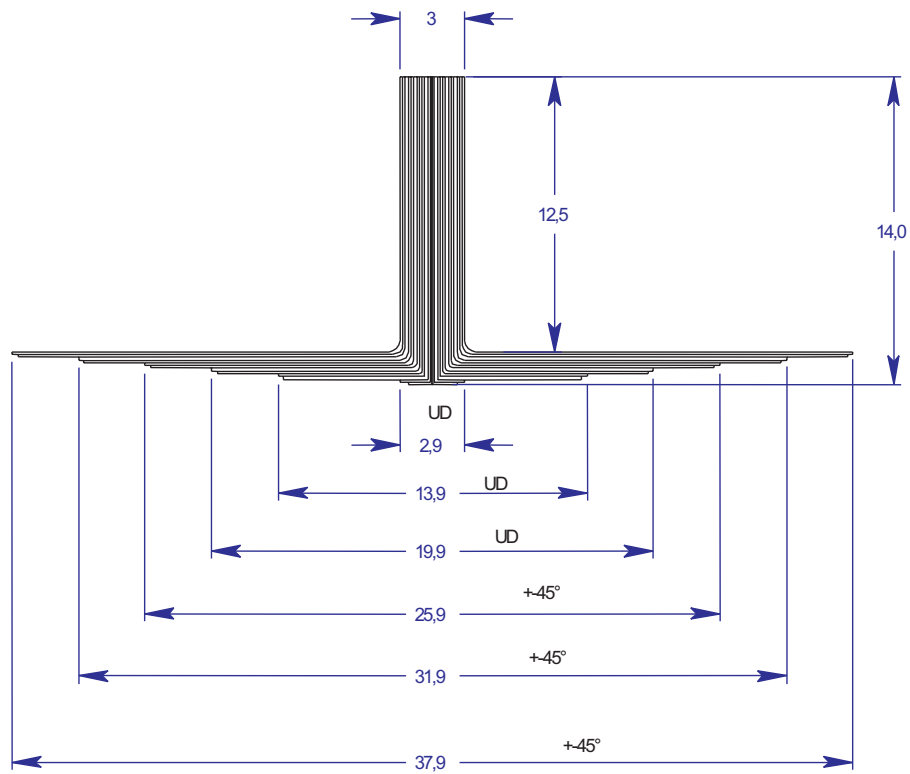


Abbildung 4.6: Abmessungen der verschiedenen Lagen der Steife bei den Versuchen (aus [2])

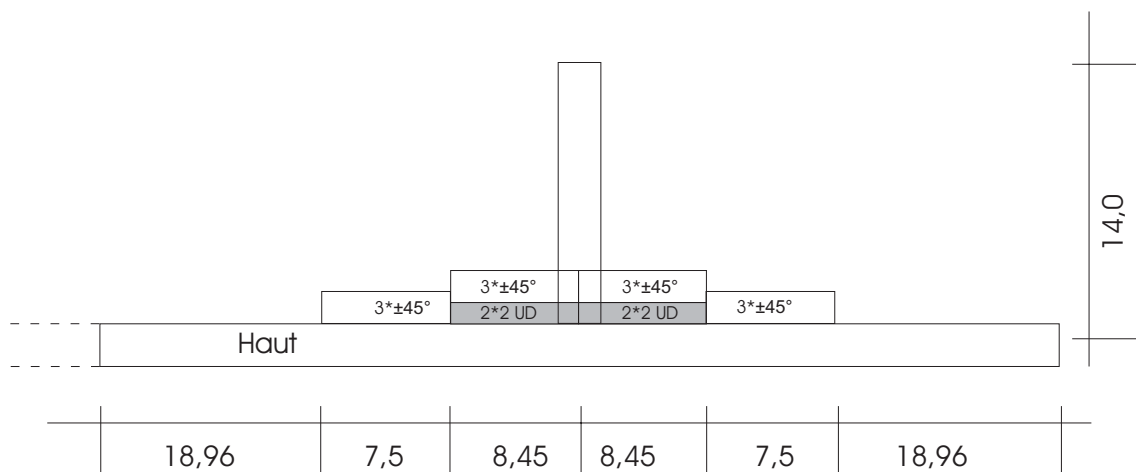


Abbildung 4.7: Abmessungen der Steife

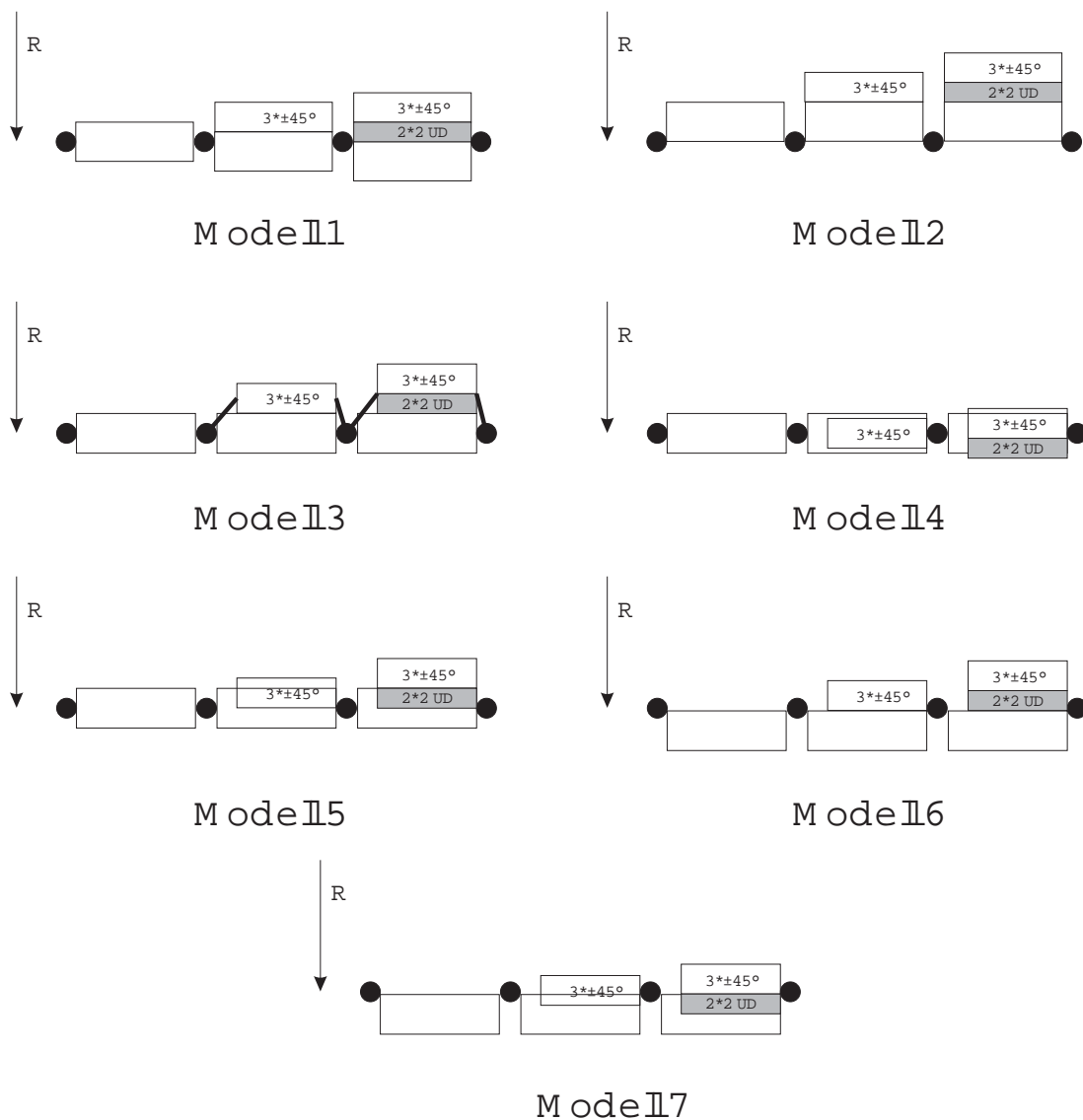


Abbildung 4.8: Modelle 1 bis 7

Die Verschiebungen sind in allen hier betrachteten Elementen kleiner, als bei den Versuchen. Dies zeigten auch schon Berechnungen mit anderen Programmen. Vergleicht man nun die Steifigkeiten der verschiedenen Modelle, so zeigt sich, dass nur eine geringe Abhängigkeit der Verschiebungen von der Modellierung vorliegt und dass so auch die Verschiebungen die Verwendung des Modells 5 zulassen.

Als Elementgrößen wurde in Tangentialrichtung für die einzelnen Steifenabschnitte jeweils ein Element und für den Bereich der Haut zwischen den angeklebten Steifen vier Elemente gewählt. Die Steife wurde in Radialrichtung mit zwei Elementen nachgebildet. In Axialrichtung wurde der Bereich der Einspannung mit zwei Elementen und der

Modell	lineare Beullast	Verformung bei 10% der Beullast
1	137 kN	0,1232 mm
2	154 kN	0,1235 mm
3	96 kN	0,1234 mm
4	99 kN	0,1225 mm
5	125,5 kN	0,1230 mm
6	157,5 kN	0,1233 mm
7	127,4 kN	0,1229 mm
Versuch	132 kN	0,1410 mm

Tabelle 4.2: Ergebnisse der Eigenwertanalysen der verschiedenen Modelle

Bereich zwischen den Einspannungen mit 20 Elementen modelliert.

#### 4.3.4 Belastung

Als Belastung wurde eine Elementlast (*SFE*) auf alle Elemente am oberen Rand aufgebracht - also auch auf die Elemente der Steife. Wichtig ist bei dieser Belastungsart in ANSYS, Linienlasten anzusetzen, also die Spannung, die am oberen Rand auftritt mit der Dicke der jeweiligen Schale zu multiplizieren.

Neben der daraus errechenbaren Gesamtlast bietet sich als Kontrolle bei nichtlinearen Berechnungen das Kommando *FSUM* an, das die Lagerreaktionskräfte summiert.

Anders ist die Belastung bei den dynamischen Untersuchungen. Hier ist eine Laststeuerung nicht mehr möglich, weil damit das Verhalten im Nachbeulbereich nicht untersucht werden kann. Stattdessen wird hier die Belastung in Form einer Verschiebung der obersten Knotenreihe (verformungsgesteuerte Belastung) aufgebracht.

## 4.4 Modellierung der Schädigung - Kontakt-Element

Für die Modellierung der Schädigung war es erforderlich, den Kontakt zwischen der Steife und der Haut darzustellen. Kontakt extra zu definieren ist in Finiten-Element-Analysen notwendig, da sich ansonsten unverbundene Knoten durch andere Elemente hindurchbewegen können. Um den Kontakt zu modellieren, existieren verschiedene Möglichkeiten:

1. Point-to-Point Kontakt-Elemente - verwendbar, wenn bekannt ist, welche Knoten untereinander Kontakt besitzen



2. Point-to-Surface Kontakt-Elemente - auch verwendbar, falls nicht bekannt ist, welcher Knoten mit welchem in Kontakt steht - höherer Aufwand der Erstellung und Berechnung
3. Surface-to-Surface Kontakt-Elemente - Definition von zwei Kontaktflächen
4. Federn, die wie in 1. verwendet werden und nichtlinear entsprechend definiert werden.

Im folgenden wurde zur Berechnung das dreidimensionale Point-to-Point Kontakt-Element CONTACT52 verwendet. Dieses Element wird über zwei Knoten definiert und besitzt an jedem Knoten drei Verschiebungsfreiheitsgrade. Als Konstante ist die Steifigkeit des Kontaktelementes bei vorhandenem Kontakt erforderlich. Außerdem können die Anfangsabstände (gap), der Anfangszustand (start) und die Wirkungsrichtung des Kontakts definiert werden, falls die durch die Geometrie vorgegebenen Werte verändert werden sollen. Um Reibung zu berücksichtigen, sind weitere Eingaben wie Reibungskoeffizienten möglich.

Hier wurde statt der Eingabe von Reibungskoeffizienten die Verschiebung der jeweiligen Knoten untereinander in Tangential- und Axialrichtung behindert. Ohne dieses Vorgehen gelang es nicht, über eine Last von ca. 72 kN zu rechnen. Die Rechnung bricht dort bei fehlender Konvergenz ab. In diesem Lastniveau lösten sich bei den Berechnungen mit Verschiebungsbehinderung einige Federn, ohne dass ein Versagen zu verzeichnen war.

Zur Kontrolle der Funktionsweise der Kontakt-Elemente wurde an einem kleinen Modell sowohl die Ablösung, als auch der Kontakt getestet. Hier zeigte sich eine Abhängigkeit der Konvergenz von der Steifigkeit. Wurde eine extrem hohe Steifigkeit gewählt, brach die Berechnung bei einer niedrigen Druckbelastung ab.

Eine Testrechnung bei einem Stabilitätsfall ergab ebenfalls zufriedenstellende Ergebnisse.

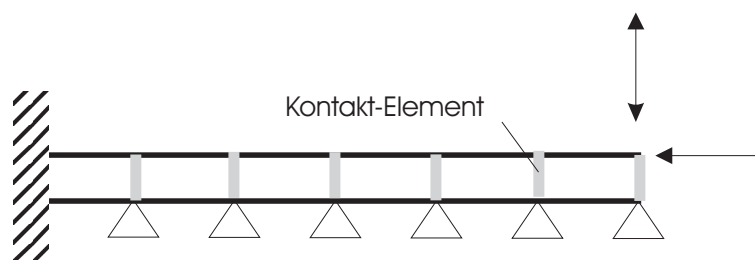


Abbildung 4.9: Testmodell für die Kontakt-Elemente

Bei der Auswertung der Ergebnisse lässt sich neben dem Abstand der Knoten und den eventuell vorhandenen Druckkräften zwischen den Knoten der Status des Kontaktelementes ausgeben, wobei bei einer fehlenden Reibung nur die Zustände STAT=2 - geschlossen und STAT=3 - offen vorkommen.

## 4.5 Zusammenfassung

Bei der vorgestellten Modellierung ergaben sich die folgenden Knoten- und Elementzahlen. Außerdem ist die Anzahl der Freiheitsgrade angegeben.

Modell	Knoten	SHELL99	CONTAC52	DOF
Ohne Schädigung	4045	1872	0	22008
Mit Schädigung	4251	1872	206	22832

Tabelle 4.3: Anzahl der Knoten, Elemente und Freiheitsgrade

Die Eingabe aller Parameter und der gesamten Geometrie wird an den beiden Eingabedateien im Anhang - I ohne Schädigung und J mit Schädigung - deutlich.

## 5 Ergebnisse der Berechnungen

An dem im vorigen Kapitel geschilderten Modell eines Zylindersegments mit Steifen wurden verschiedene Berechnungen durchgeführt. Diese wurden sowohl an einem perfekten Zylindersegment als auch an einem mit Schädigungen vorgenommen. Die Ergebnisse werden im folgenden dargestellt.

### 5.1 Zylindersegment ohne Schädigung

#### 5.1.1 Lineare Beulanalyse

Die zuerst durchgeführte statische lineare Beulanalyse (siehe Kapitel 3.1.1) erbrachte als Maximallast des ersten Eigenwertes 125,5 kN.

Die nächsten Eigenwerte lagen bei 125,8 kN; 125,9 kN; 126,4 kN und liegen damit relativ nah beieinander.

Die erste Eigenform zeigt kleine Beulen in der Haut zwischen den Steifen, wobei die Länge der Beulen eine Elementkantenlänge beträgt (Abbildung 5.1). Betrachtet man die höheren Eigenwerte, so stellt man beim 38. Eigenwert eine Eigenform mit drei Beulen fest (entspricht 150,1 kN - Abbildung 5.2). Nur zwei Beulen ergeben sich zum ersten Mal beim 73. Eigenwert, der einer Last von 176,9 kN entspricht. Eine solche erste Eigenform ist sehr ungewöhnlich, da sich die kleinen Beulen jeweils nur von einem Knoten zum nächsten Knoten erstrecken. Verwendet man kleinere Elemente, so ergibt sich nicht etwa die gleiche Eigenform. Es entstehen noch kleinere Beulen, die jeweils wieder nur eine Elementkantenlänge lang sind.

Kleine 'lokale' Beulen sind bei einem solchen Zylindersegment natürlich denkbar. Schließlich sollten, um wirtschaftlich zu arbeiten, die Steifen so bemessen werden, dass die Haut gleichzeitig 'lokal' und 'global' beult. Die Steife ist hier so gewählt worden, dass das Versagen sowohl der kompletten Schale als auch der Haut zwischen den Steifen gleichzeitig eintritt, wie frühere Untersuchungen zeigten.

Einen Überblick über weitere Eigenwerte sind in den Animationen im Internet zu finden (<http://www.beringo.de/gfk/>).

#### 5.1.2 Nichtlineare Beulanalyse

Beim Segment ohne Schädigung wurde sowohl eine nichtlineare Beulanalyse (Kapitel 3.1.2) als auch eine begleitende Eigenwertanalyse (Kapitel 3.1.3) durchgeführt. Beide

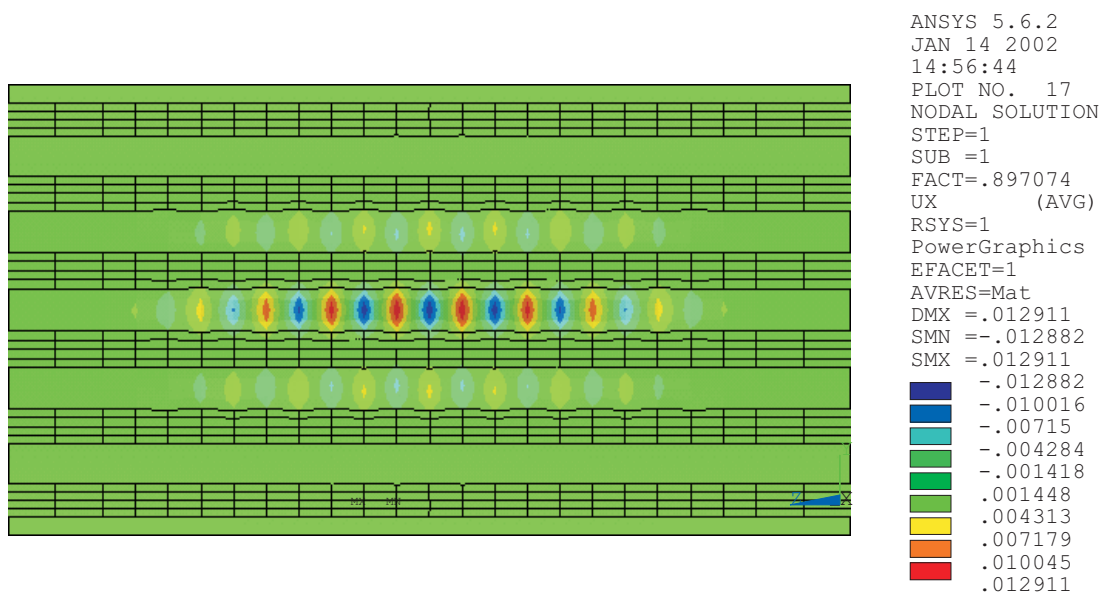


Abbildung 5.1: Erste Eigenform des ungeschädigten Segments

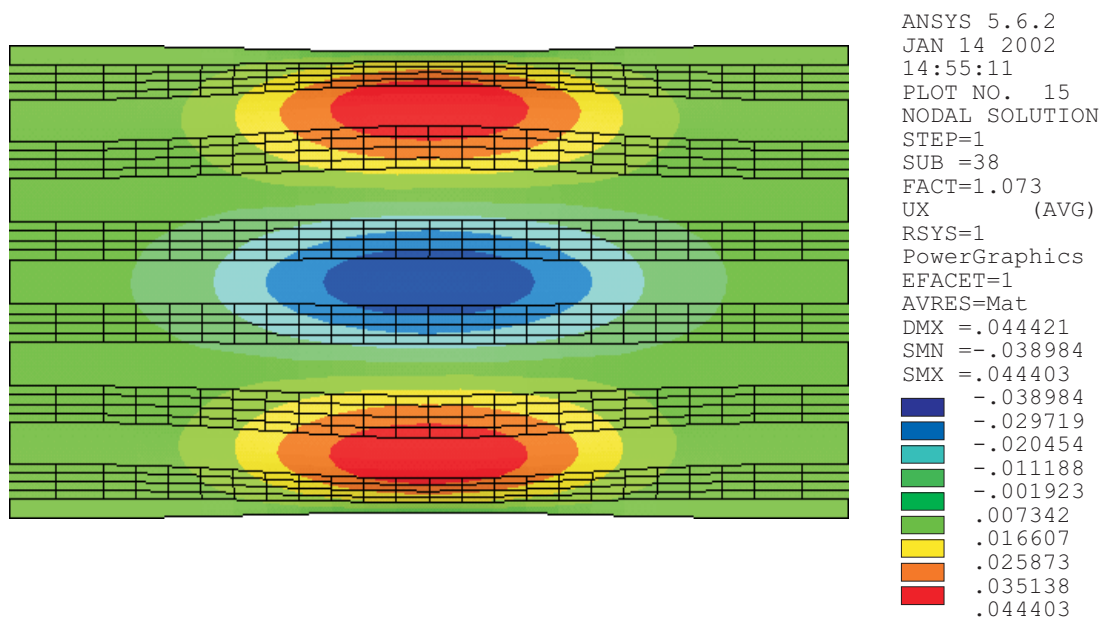


Abbildung 5.2: 38. Eigenform des ungeschädigten Segments

Untersuchungen brachten Ergebnisse, die mit dem der linearen Beulanalyse korrespondiert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 angegeben - die Last-Verformungskurven sind in Abbildung 5.3 dargestellt. Der Abbruch der nichtlinearen Berechnung erfolgte stets durch eine fehlende Konvergenz, das heißt, ANSYS konnte trotz sehr kleiner Schrittweisen und Bisektion keine höhere Last finden.

Es zeigte sich auch die Gefahr einer begleitenden Eigenwertanalyse in ANSYS. Schaltet

man nämlich das für die begleitende Eigenwertanalyse erforderliche *PSTRES* (Erzeugung der Steifigkeitsmatrix für die Eigenwertanalyse) und *SSTIFF* (Berücksichtigung von Versteifungseffekten) gleichzeitig ein, so rechnet ANSYS über Stabilitätspunkte hinüber und dies ohne jegliche Warnmeldung. Dies mag zwar für die begleitende Eigenwertanalyse Sinn machen, da man ja über Stabilitätspunkte hinüberrechnen muss, um den Schnittpunkt der Last-Verformungskurve mit der Kurve der Multiplikation aus Lastfaktor und Einheitslast zu erhalten. Allerdings kann bei einem versehentlichen Einschalten oder nicht wieder Ausschalten von *PSTRES* in einer nichtlinearen Analyse ein sehr großer - auf der unsicheren Seite liegender Fehler entstehen.

Analyseart	Max. Traglast (kN)	Max. Verformung (mm)
Lineare Beulanalyse	125,5	nicht ermittelbar
Nichtlineare Beulanalyse	126,4	1,78
Begleitende Eigenwertanalyse	125,3	1,76

Tabelle 5.1: Ergebnisse der verschiedenen Untersuchungen

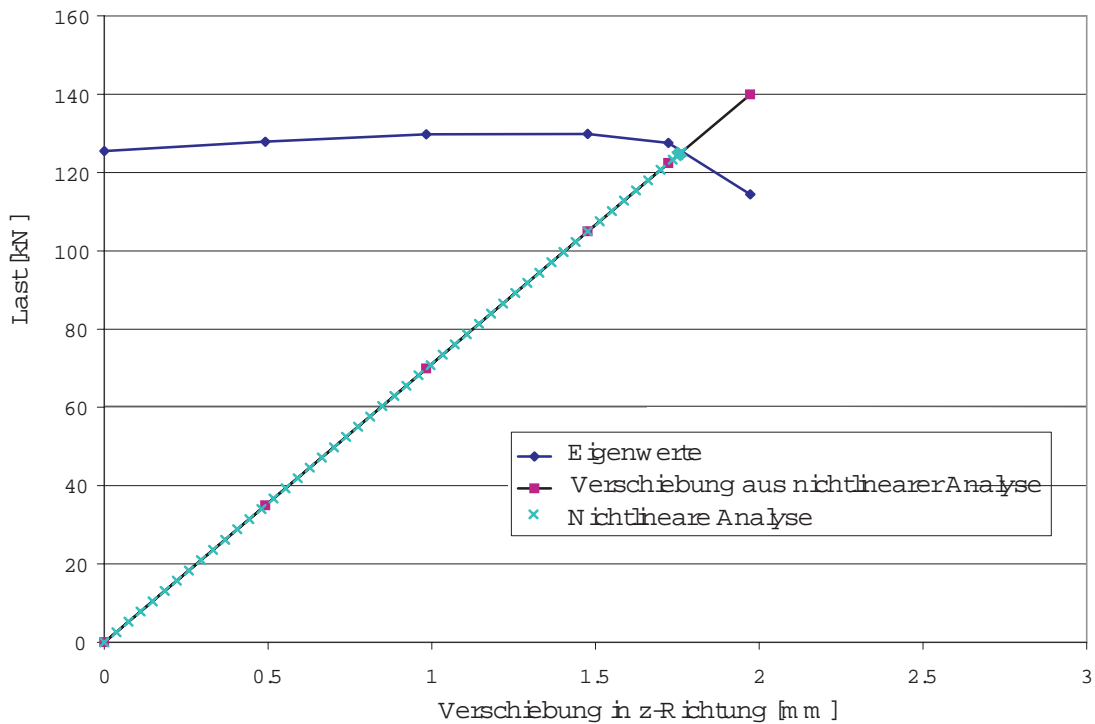


Abbildung 5.3: Begleitende Eigenwertanalyse beim Segment ohne Schädigung

Beim Vergleich der Verformungsfigur, die bei der nichtlinearen Analyse entsteht (Ab-

bildung 5.4) mit der der Beulanalyse (Abbildung 5.1), zeigt sich ein deutlicher Unterschied. Bei der nichtlinearen Berechnung tritt im Gegensatz zur linearen Beulanalyse im wesentlichen ein 'globales' Versagen auf. Deswegen sind die Ergebnisse der linearen Beulanalyse sehr fraglich. Eine Auswertung zu diesem Phänomen folgt in Kapitel 7. Zur Vollständigkeit sei hier auch noch verwiesen auf die Abbildung 5.5, in der die Verformungen des Segments ins Axialrichtung bildhaft dargestellt sind.

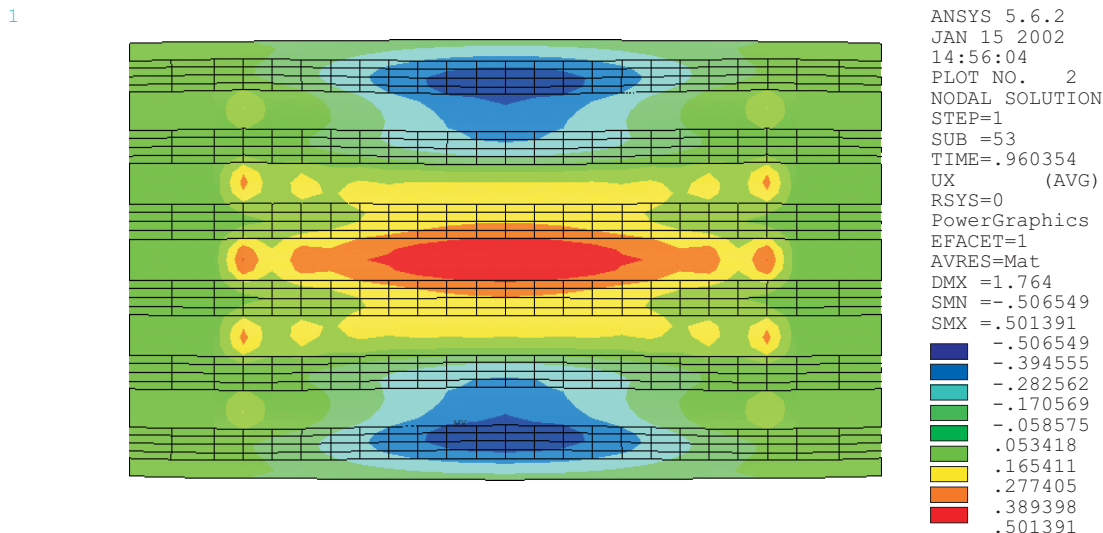


Abbildung 5.4: Verformungsfigur in Radialrichtung ohne Schädigung

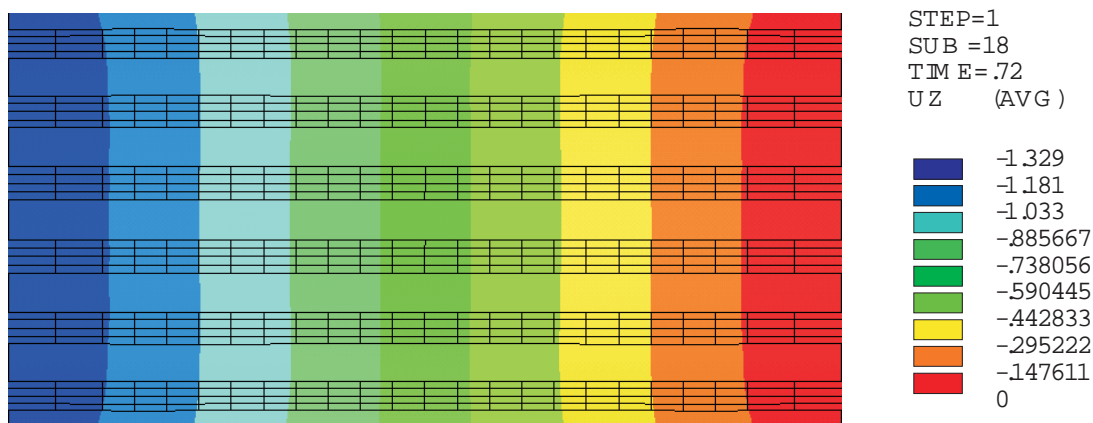


Abbildung 5.5: Verformungen in Axialrichtung beim Segment ohne Schädigung

Eine Animation zu dieser Berechnung befindet sich im Internet unter der anfangs angegebenen Adresse.

### 5.1.3 Transiente dynamische Analyse

Die transiente dynamische Analyse in der in Kapitel 3.1.5 geschilderten Form zeigte je nach Belastungsgeschwindigkeit unterschiedliche Ergebnisse.

- Eine Belastungsgeschwindigkeit von ca. 1,5 mm/sec (für dynamische Analysen sehr langsam) ergab einen schlagartigen Abbruch der Berechnung im Niveau von 120,0 kN. Dynamische Effekte waren nicht zu beobachten.
- Die Belastungsgeschwindigkeit von 25 mm/sec erbrachte eine Last von ca. 133,5 kN, wobei hier dynamische Effekte in Form einer Schwingung sichtbar werden.
- Die Belastungsgeschwindigkeit von 100 mm/sec ergab sogar eine Steigerung der Last bis auf 154,7 kN, wobei hier die dynamischen Effekte ausgeprägter waren, als bei der langsameren Belastung. Der Abbruch erfolgte bei den beiden schnelleren Belastungen durch ein kinematisches Verhalten (Degree of freedom limit exceeded).

Die Last-Verformungskurven für die Geschwindigkeiten  $v=25$  mm/sec und  $v=100$  mm/sec sind in Abbildung 5.6 wiedergegeben. Beispielhaft ist die fortschreitende Verformung in Abbildung 5.8 dargestellt, man sieht hier das Schwingen der mittleren Beule.

Die begleitend dazu durchgeführte Modalanalyse ergab Eigenfrequenzen in der Höhe 268 Hz; 288 Hz; 337 Hz etc. Die dazugehörigen Eigenformen wiesen eine vollkommen andere Tendenz wie die der Beulanalyse auf. Es treten hier vorrangig globale Beulen auf - so hat die erste Eigenfrequenz eine Eigenform mit drei Beulen (ähnlich der in Abbildung 5.2), die zweite Eigenform beult mit zwei Beulen und die dritte mit vier Beulen.

Für die Wahl der Zeitschrittgrößen wurde bei den transienten dynamischen Berechnungen die automatische Zeitschrittwahl benutzt (*AUTOTS,ON*), wobei als minimale Zeitschrittgröße ca.  $10^{-5}$  Sekunden zugelassen wurde. Als maximal zu verwendende Zeitschrittgröße wurden 0,002 Sekunden gewählt. Als Anhaltspunkt sei hier noch auf die Gleichung 3.10 verwiesen, nach der man bei Ansatz der niedrigsten Eigenform folgende maximale Zeitschrittgröße erhält:

$$\Delta t_{max} = \frac{1}{20 \cdot 268} = 0,0002 \text{ sec}$$

Diese Größe kann natürlich nur als Anhaltspunkt dienen, da die Frage nach der höchsten zu berücksichtigenden Eigenfrequenz nur schwer zu beantworten ist. Da aber

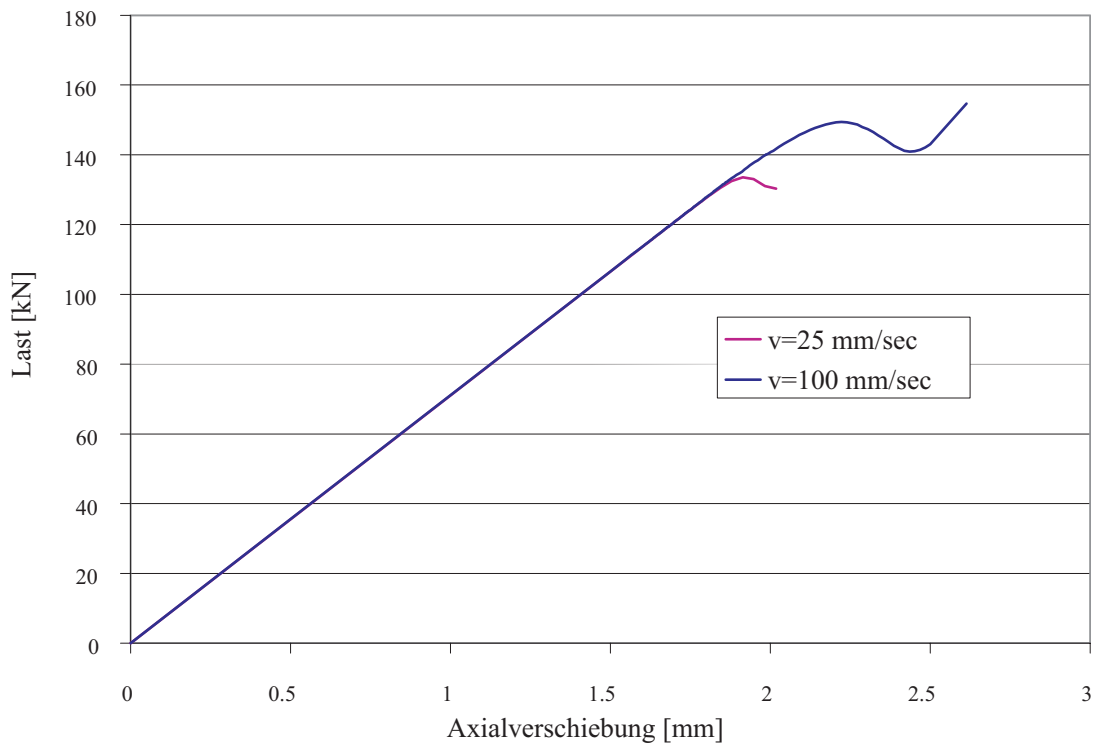


Abbildung 5.6: Last-Verformungskurve der dynamischen Analyse beim Segment ohne Schädigung

die automatische Zeitschrittwahl entstehende Frequenzen bei der Wahl der Zeitschritte berücksichtigt, ist die Frage nach der maximalen Zeitschrittgröße nur von untergeordneter Bedeutung.

Vergleicht man die Ergebnisse der hier durchgeführten Berechnungen mit anderen statischen nichtlinearen Untersuchungen (Prof. Wagner), so zeigten sich dort wesentlich höhere Lasten (siehe Abbildung 5.7). Ursache für den hier festgestellten frühen Abbruch der Analysen können die gewählten 8-Knoten-Elemente sein - insbesondere in Verbindung mit der Modellierung von zwei Elementen in Dickenrichtung im Bereich der angeklebten Steife. Eine genauere Auswertung dieser Effekte wird im Kapitel 7 vorgenommen.

Die zu den einzelnen Abschnitten der Last-Verformungskurve gehörenden Verformungsbilder sind in Abbildung 5.8 dargestellt und befinden sich zusätzlich im Internet.



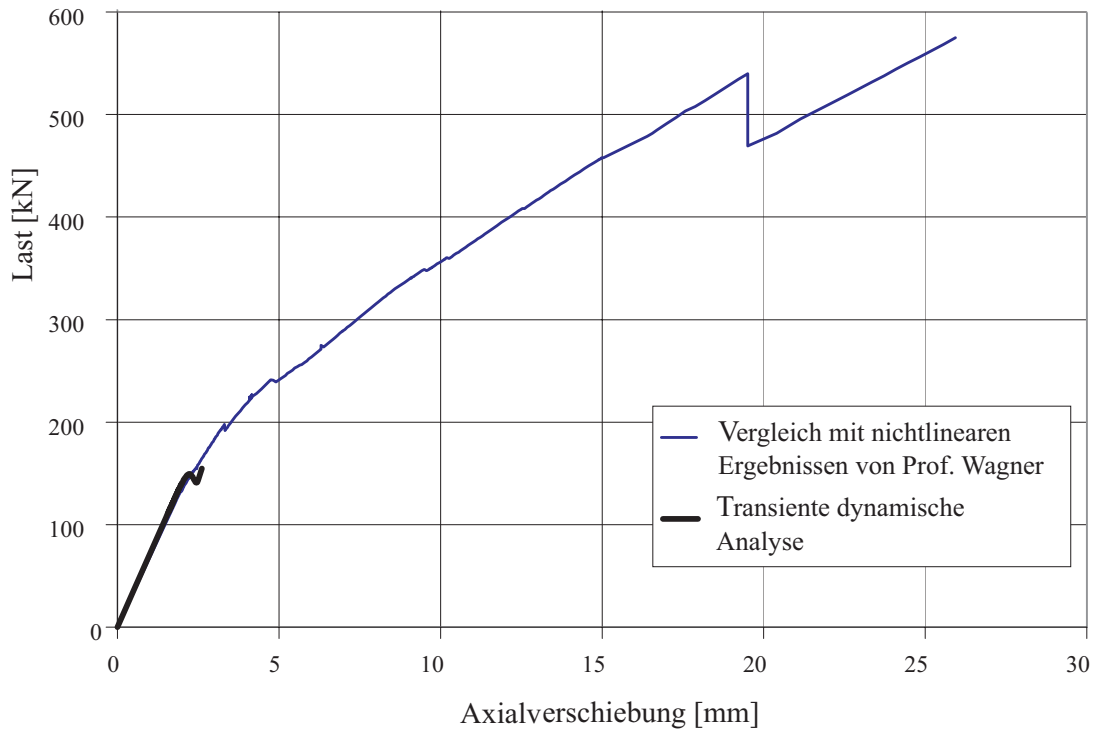


Abbildung 5.7: Vergleich der Last-Verformungskurve mit z.B. Wagner

## 5.2 Zylindersegment mit Schädigung

In den im Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Braunschweig durchgeführten Versuchen (siehe Kapitel 6) wurde durch Schläge an bestimmten Punkten (Abbildung 5.9 - links) die Haftung zwischen der Steife und der Haut gelöst. Mittels einer Ultraschalluntersuchung konnten die Bereiche der fehlenden Verbindung genau lokalisiert werden. Die Formen der abgelösten Bereiche lassen sich der Abbildung 5.9 (rechts) entnehmen. Die Berechnung wurde dann mit der in Abbildung 5.10 dargestellten Form durchgeführt.

### 5.2.1 Lineare Beulanalyse

Die Beulanalyse in ANSYS mit dem in Kapitel 3.1.1 dargestelltem Vorgehen ergibt eine Beullast von 115,7 kN. Der nächste Eigenwert liegt bei einer Last von 117,7 kN.

Die erste Eigenform ist in Abbildung 5.11 dargestellt. Es zeigt sich, dass auch das geschädigte Segment bei der Beulanalyse mit unrealistisch kleinen Beulen beult. Auch hier ergibt sich bei höheren Eigenwerten ein 'globales' Beulmuster - so zum Beispiel eine Eigenform mit drei Beulen (ähnlich Abbildung 5.2) beim 43. Eigenwert (entspre-

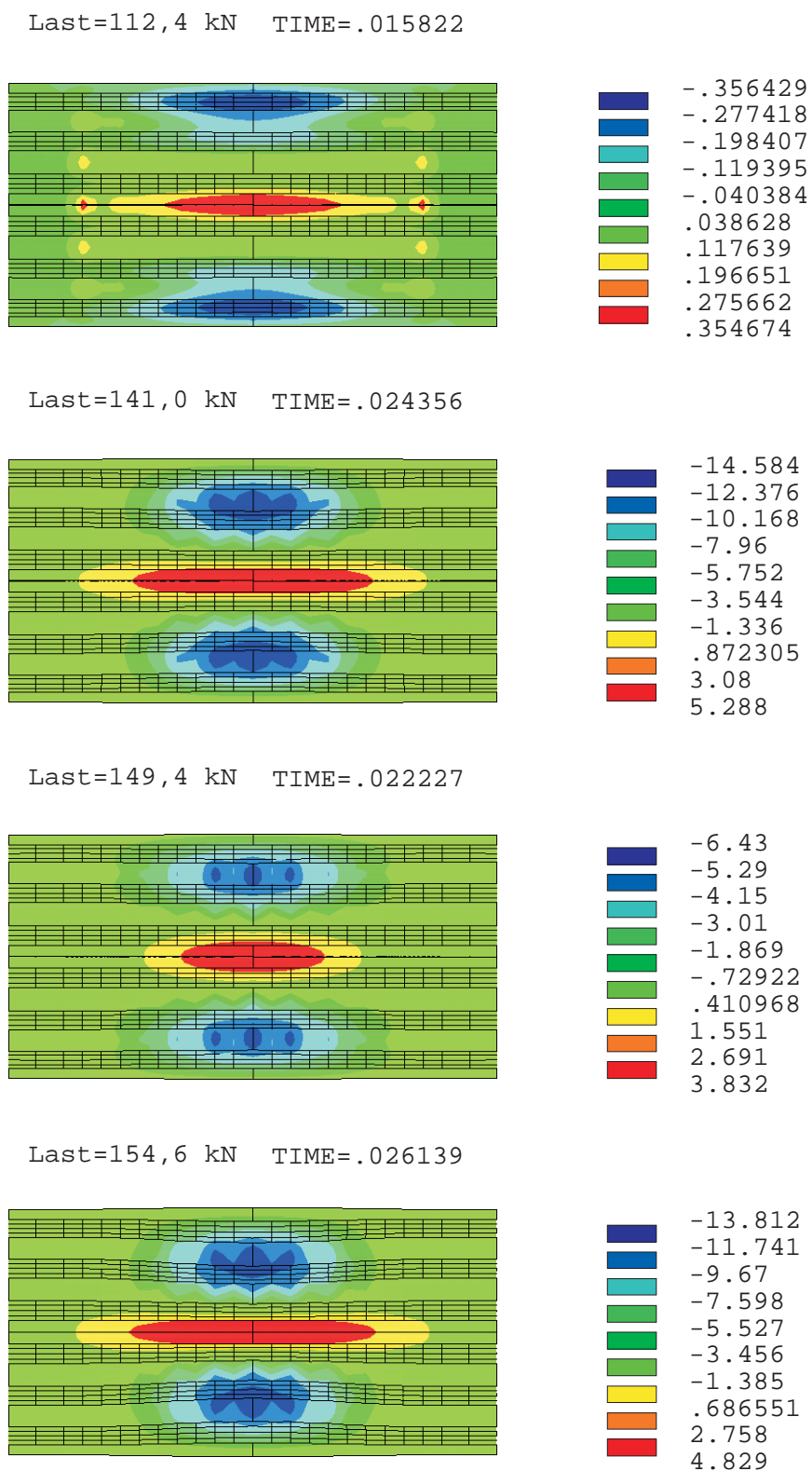


Abbildung 5.8: Verformungen der einzelnen Abschnitte der Last-Verformungskurve

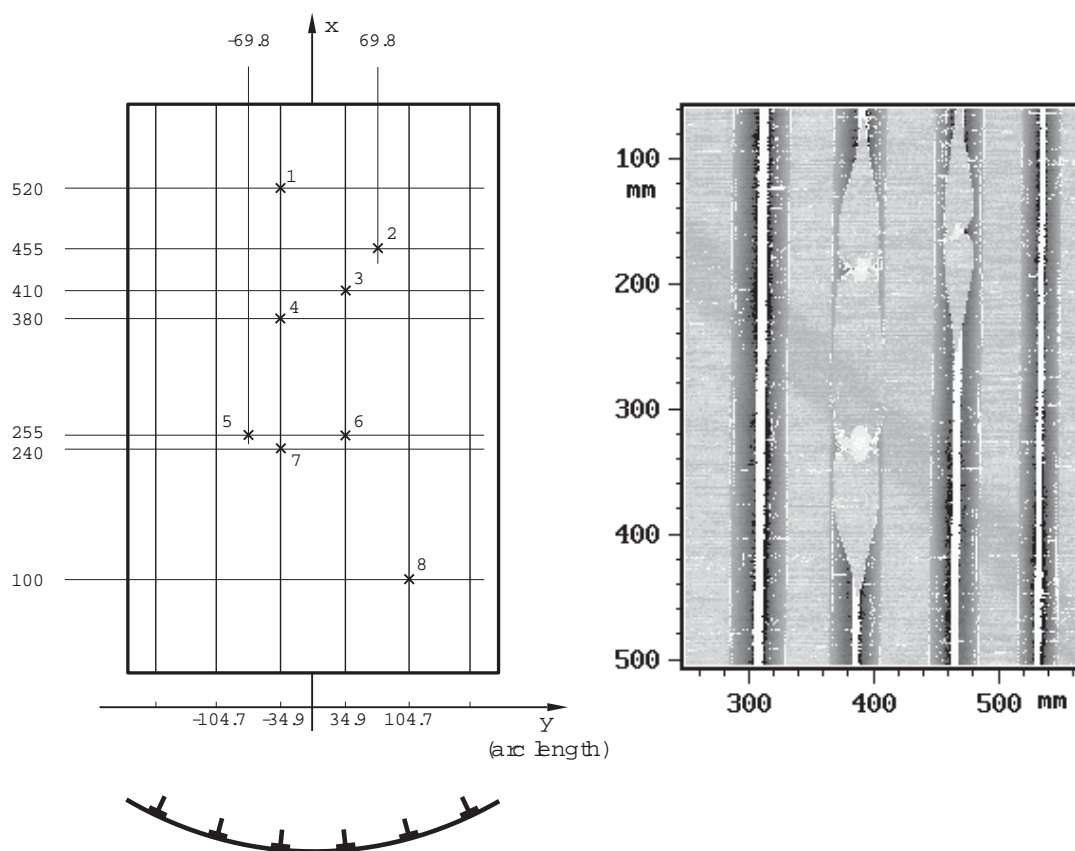


Abbildung 5.9: Ort der Schläge auf das Zylindersegment - Bereiche mit fehlender Verbindung zwischen Steife und Haut

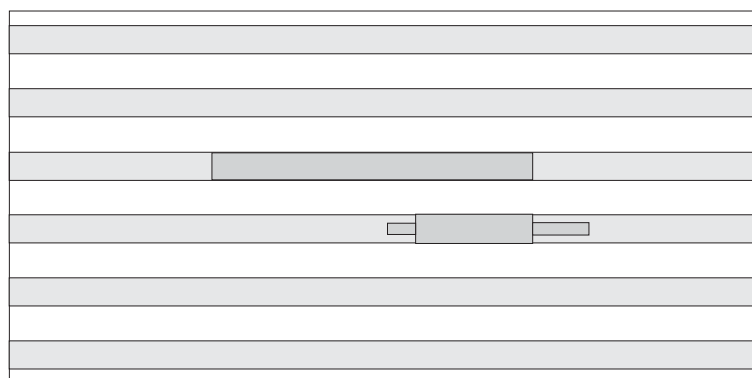


Abbildung 5.10: Form der Schädigung bei der Berechnung

chend einer Last von 146,6 kN). Der erste Eigenwert mit 'globalem' Beulen ist also bei dem Segment mit Schädigung in etwa in der Größenordnung wie beim Segment ohne Schädigung (150,1 kN).

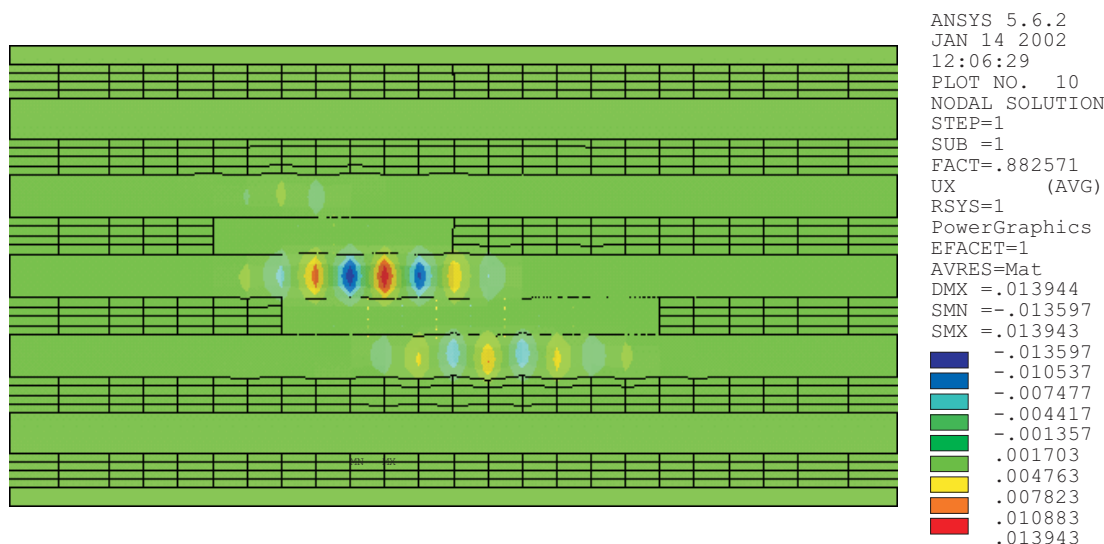


Abbildung 5.11: Erste Eigenform des geschädigten Segments - Radialverschiebungen

### 5.2.2 Nichtlineare Beulanalyse

Bei der nichtlinearen Analyse ergaben sich verschiedene Probleme. Durch die mit den Kontakt-Elementen (CONTAC52) erzeugte Schädigung ergab sich anfangs eine Maximallast von ca. 66 kN. Diese lag damit aber deutlich unter den Versuchsergebnissen, bei denen sich eine Versagenslast von ca. 120 kN einstellte - bei einer zusätzlichen Steifigkeitsänderung bei ca. 100 kN. Die Steifigkeitsänderung resultierte aus einem schlagartigem Ablösen der Steifen von der Schale ('Knall').

Der Abbruch bei 66 kN lag eindeutig an einem Konvergenzproblem. Dieses konnte durch Einschalten von 'Line Search' (siehe Kapitel 3.3.1) teilweise gelöst werden. Es ergab sich eine Last von ca. 105 kN. Eine genauere Untersuchung dieser Berechnung zeigte, dass sich im Lastniveau des Abbruchs ohne 'Line Search' einzelne Kontaktelemente öffnen und dass wohl daher die Konvergenzprobleme resultierten (Abbildung 5.12).

Kontrolliert man bei der Last von 105 kN die Verteilung der offenen und geschlossenen Kontaktelemente, so erkennt man allerdings, dass im Inneren des Schädigungsbereiches alle Kontaktelemente geöffnet sind und dass jedoch am Rand die Elemente geschlossen sind (Abbildung 5.13). ANSYS schafft es also mit einer nichtlinearen Beulanalyse nicht,

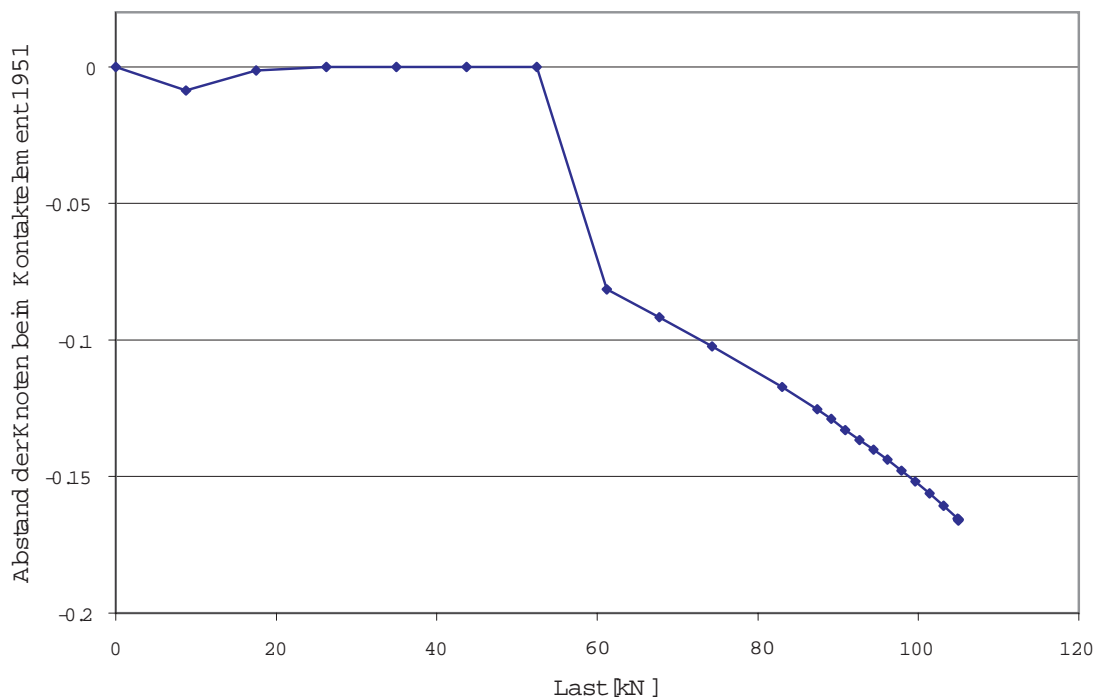


Abbildung 5.12: Abstand der Knoten eines Kontaktelementes

über diese Systemänderung hinwegzurechnen, die in den Versuchen als schlagartige Steifigkeitsänderung sichtbar ist (vergleiche Abbildung 6.3). Die Steifigkeitsänderung resultiert aus der schlagartigen Ablösung der Steifen in den geschädigten Bereichen und dem damit weicher werdendem Systemverhalten. Eine weitere Laststeigerung in den Berechnungen ist also denkbar.

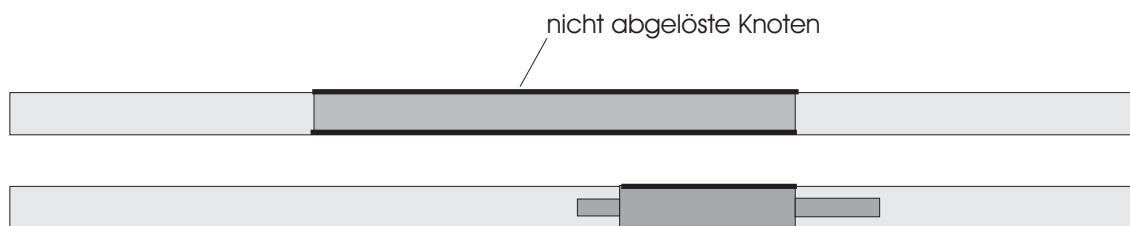


Abbildung 5.13: Nicht abgelöste Knoten bei der nichtlinearen Beulanalyse

Zusätzlich wurden neben der Modellierung des Kontakts mit dem Element CONTAC52 auch die Kontaktelemente 170 und 173 (Face-to-face-Kontakt) getestet. Hier lies sich keine Konvergenz über ein Lastniveau von 66 kN hinaus erzeugen. Das gleiche Problem lag bei der Modellierung des Kontakts mittels speziell definierter Federn vor (Abbildung 5.14).

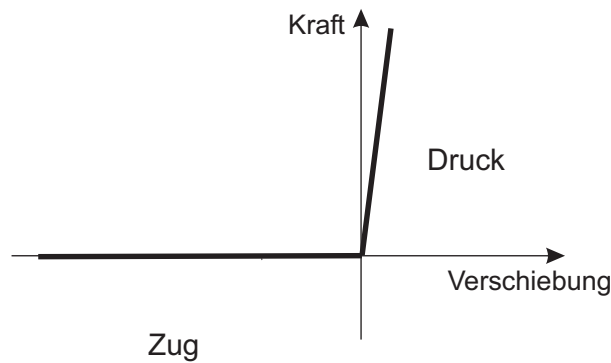


Abbildung 5.14: Definition von Federn als Kontakt

Analyseart	Max. Traglast (kN)	Max. Verformung (mm)	Traglast ohne Kopplung (kN)
Lineare Beulanalyse	115,7	nicht ermittelbar	66.2
Nichtlineare Beulanalyse	107.8	1,52	85.4

Tabelle 5.2: Zusammenfassung der Ergebnisse

Des weiteren zeigte sich keine bessere Konvergenz beim Weglassen der in Kapitel 4.4 geschilderten Kopplungen im Bereich der Schädigung (Abbruch bei 86,4 kN).

Unwesentlich waren auch Änderungen der Steifigkeit der Kontaktelemente. Eine zu extreme Wahl der Steifigkeit kann auch ein Grund für eine fehlende Konvergenz sein.

Eine kleine Imperfektion in Form einer kleinen Kraft in Radialrichtung zeigte, dass keine starke Abhängigkeit von Imperfektionen vorliegt und dass auch durch Ansatz einer Imperfektion keine bessere Konvergenz erzielt werden kann.

Eine begleitende Eigenwertanalyse (siehe Kapitel 3.1.3) konnte nur eingeschränkt durchgeführt werden, da bei Aktivierung der Stress-Stiffness-Matrix-Speicherung (*PSTRES,ON*) kein Überschreiten des Lastniveaus von 87 kN möglich war, unabhängig von der Aktivierung von 'Line Search' (Abbildung 5.15).

Die sich bei einem Zylindersegment mit der vorgegebenen Schädigung ergebenden Last-Verformungskurven sind in der Abbildung 5.16 dargestellt, die maximalen Lasten der beiden Beulanalysen sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst, die Verformungen in Radialrichtung befinden sich in Abbildung 5.17.

### 5.2.3 Transiente dynamische Analyse

Auch für das Segment mit Schädigung wurde eine transiente dynamische Analyse durchgeführt. Ab einem Lastniveau, bei dem sich bei der nichtlinearen Analyse

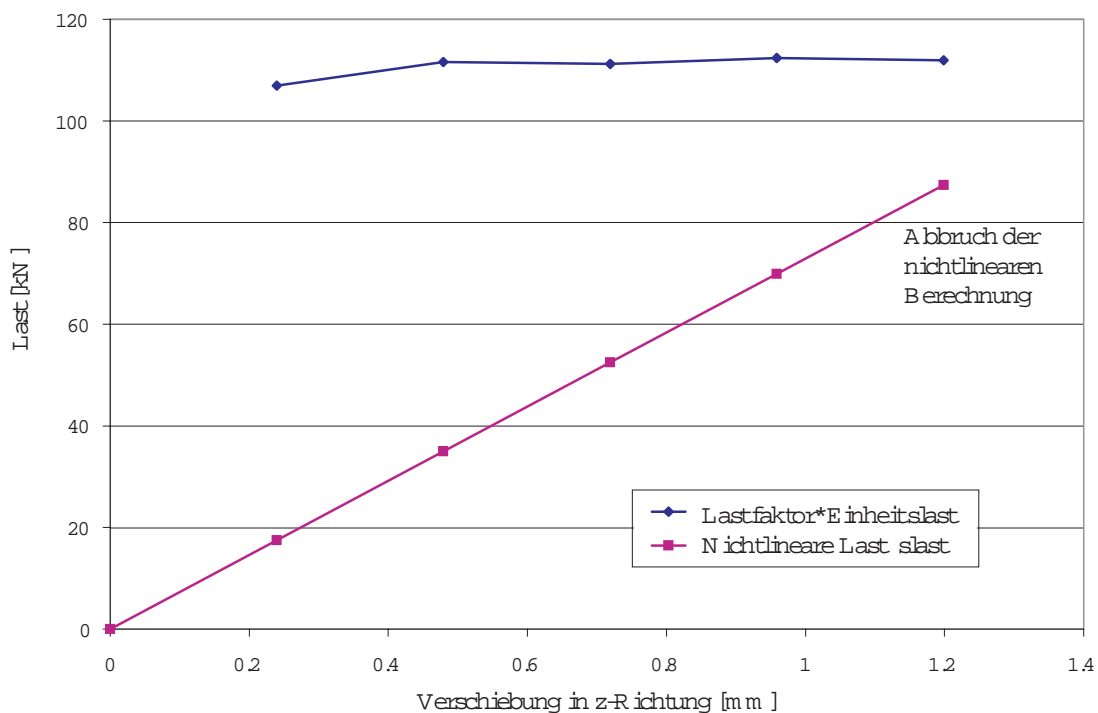


Abbildung 5.15: Begleitende Eigenwertanalyse bei Schädigung

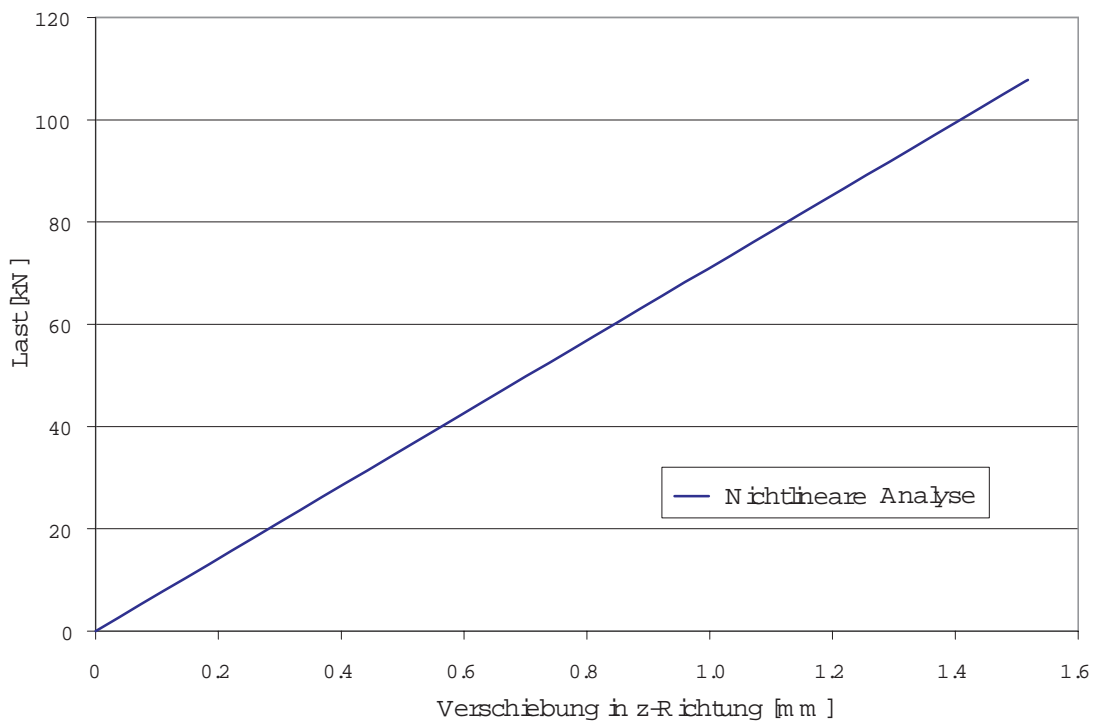


Abbildung 5.16: Lastverformungskurven bei den geschädigten Zylindersegment

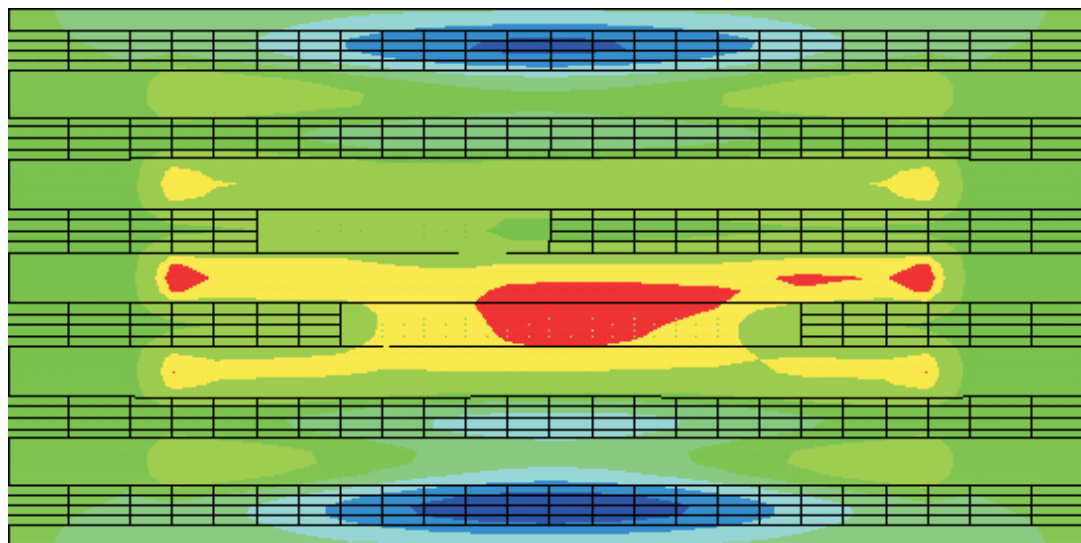


Abbildung 5.17: Radiale Verformungen beim Segment mit Schädigungen bei 50% der Traglast

Kontakt-Elemente ablösen, wählt ANSYS bei der dynamischen Analyse mit automatischer Zeitschrittwahl eine sehr kleine Zeitschrittweite und meldet bei jedem Lastschritt die erwartete Zeit, bei dem sich der Kontaktstatus von einzelnen Elementen ändert. Trotz dieser kleinen Schritte ist bis zum berechneten Punkt von 106,5 kN hinaus keine Änderung in der Gesamtsteifigkeit zu verzeichnen. Wenn man sich den Verlauf der Steifigkeit (=Last durch Verformung) über die Verformung aufzeichnet (Abbildung 5.18), so zeigt nur eine sehr geringe Versteifung des Systems, die keinen Bezug zur real auftretenden Änderung hat.

Die Berechnung dieser Analyse nimmt sehr viel Zeit und Rechnerkapazität in Anspruch. So bedeutete eine transiente dynamische Analyse mit der Schädigung eine Rechendauer von ca. 30 Stunden auf dem COMPUTE-SERVER Orgin 2000 des Rechenzentrums der Universität Karlsruhe bei einer Hauptspeichernutzung von 512 MB. Auf einem heutzutage handelsüblichen PC würde diese Berechnung damit ca. 120 Stunden dauern und damit über einer sinnvollen Zeit für eine solche Berechnung liegen. Berücksichtigt man gleichzeitig eventuelle Ausfälle insbesondere durch einen kurzen fehlenden Zugriff auf den Lizenzserver (sofortiger Abbruch der Berechnungen), so ist solch ein Vorgehen nicht praktikabel. Die langen Rechenzeiten liegen insbesondere daran, dass sich in jedem dieser kleinen Lastschritte der Status eines Kontaktelementes ändert - dies liegt wahrscheinlich an der Verbindung von Mittelknoten der 8-Knoten-Schalenelemente mit Knotenelementen, die in ANSYS nicht empfohlen wird.



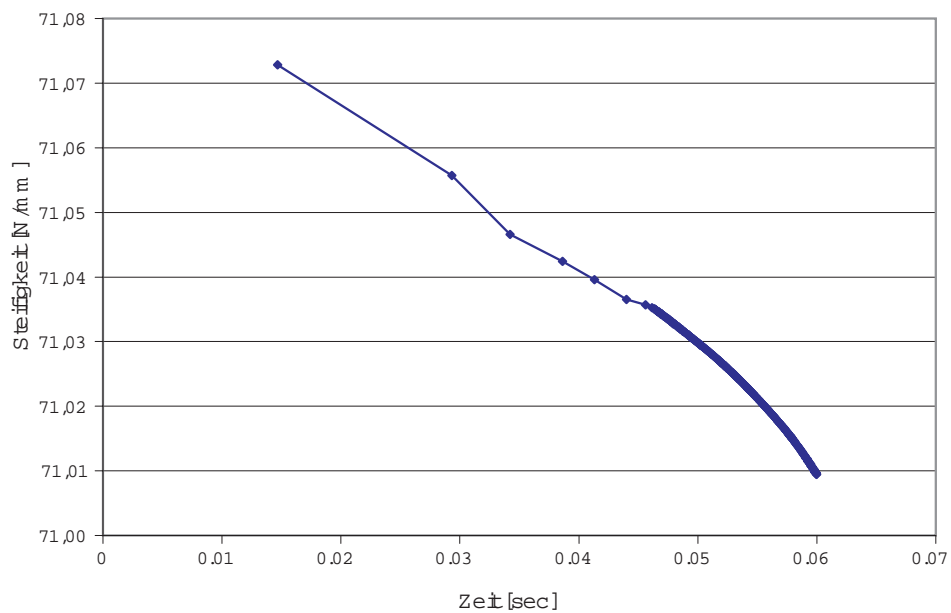


Abbildung 5.18: Änderung der Steifigkeit bezogen auf die Zeit

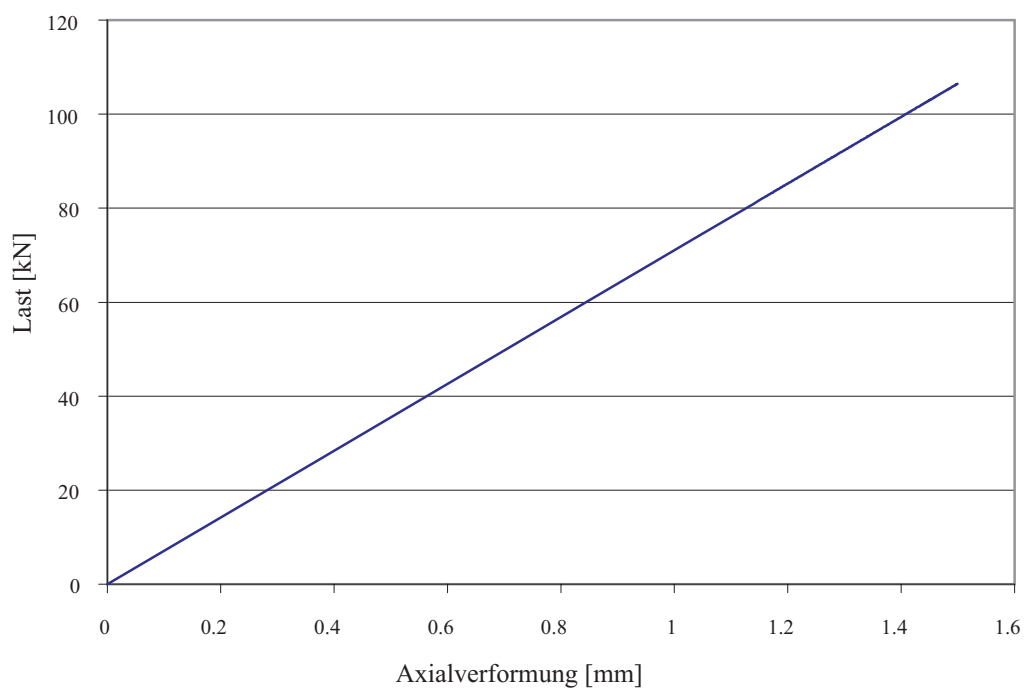


Abbildung 5.19: Last-Verformungskurve der dynamischen Analyse beim Segment mit Schädigung

Auch die Eigenwerte und Verformungsanimationen für das Segment mit Schädigung befinden sich im Internet unter <http://www.beringo.de/gfk/> .

## 6 Versuche

Im folgenden sollen die im Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt durchgeführten Versuche erläutert und ein Vergleich mit den numerisch ermittelten Traglasten durchgeführt werden.

### 6.1 Auflagerausbildung

Der obere und der untere Rand des Segments wurde in einer Einspannbox aus Stahl fixiert, um eine Biegeverformung des Randes zu vermeiden. In dieser Box wurde das Segment durch Verfüllen mit Gips und Epoxidharz befestigt. Die Höhe dieser beiden Boxen betrug jeweils 90 mm (Abbildung 6.1).

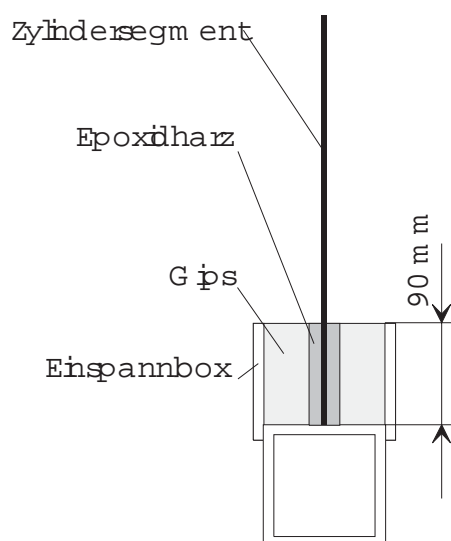


Abbildung 6.1: oberes und unteres Auflager bei den Versuchen (aus [10])

Auch an den Rändern wurde eine Einspannung vorgenommen, da in der Realität nur sehr selten freie Ränder auftreten. Freie Ränder würden bei einer sehr geringen Belastung beulen. Die Ränder wurden zwischen zwei Vierkanthohlprofile gesteckt, die mit einem Flachstahl verbunden waren. Auf diese Vierkantprofile wurde im Innern eine Gleitschicht aufgebracht. Da ausgeschlossen werden konnte, dass die Ränder vollkommen plan waren, wurde zwischen die Gleitschichten und der Schale ein Füller gegossen. Das Segment sollte sich natürlich in z-Richtung frei verformen können. Deswegen sind die Randeinspannungen nur über eine Länge von 600 mm vorgenommen worden - es

blieb also ein Bereich von 10 mm am oberen und unteren Auflager ohne Randeinspannung.

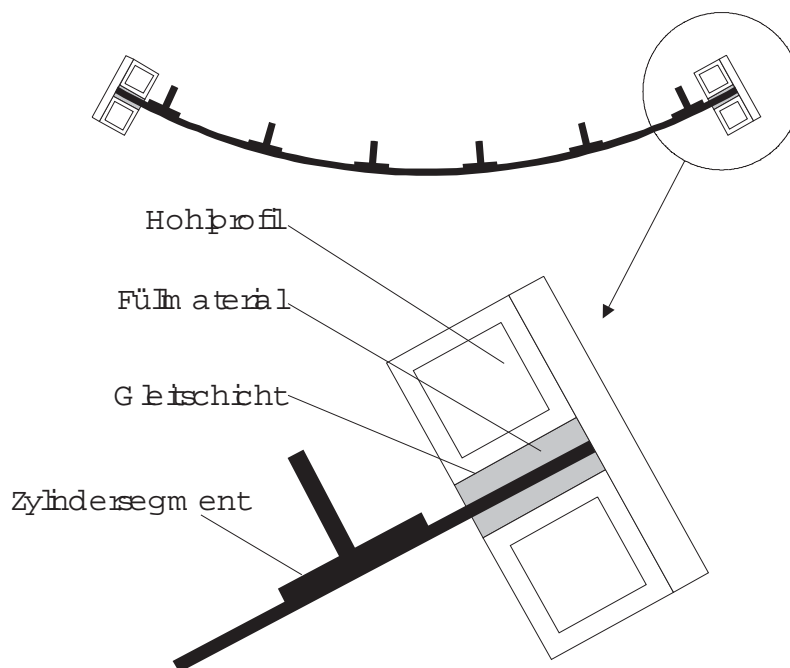


Abbildung 6.2: Randauflager bei den Versuchen (aus [10])

## 6.2 Vergleich der numerischen mit den experimentellen Ergebnissen

Bei den durchgeführten Versuchen wurden u.a. die Verschiebungen in z-Richtung bezogen auf die Last gemessen. Diese sollen im folgenden als Vergleich der numerischen mit den experimentellen Ergebnissen herangezogen werden.

Die einzelnen Ergebnisse sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Die einzelnen Last-Verformungskurven sind in Abbildung 6.3 dargestellt.

Die numerisch mit ANSYS ermittelten Last-Verformungskurven zeigen alle die selbe Steifigkeit und (außer bei der dynamische Berechnung ohne Schädigung) einen schlagartigen Abbruch.

Die maximale Belastung liegt bei den Modellen ohne Schädigung unwesentlich unter dem Versuchswert. Bei den Modellen mit Schädigung liegt das numerische Ergebnis unter dem Versuchswert. Dies liegt am Abbruch der Berechnung beim Lösen der letzten Kontaktelemente.

Analyseart	Max. Traglast (kN)	Max. Verformung (mm)
Lineare Beulanalyse ohne Schädigung	125,5	nicht ermittelbar
Nichtlineare Beulanalyse ohne Schädigung	126,4	1,78
Begleitende Eigenwertanalyse ohne Schädigung	125,3	1,76
Lineare Beulanalyse mit Schädigung	115,7	nicht ermittelbar
Nichtlineare Beulanalyse mit Schädigung	107,8	1,52
Versuch 67 mit Schädigung	121,4	2,63

Tabelle 6.1: Zusammenfassung der Ergebnisse

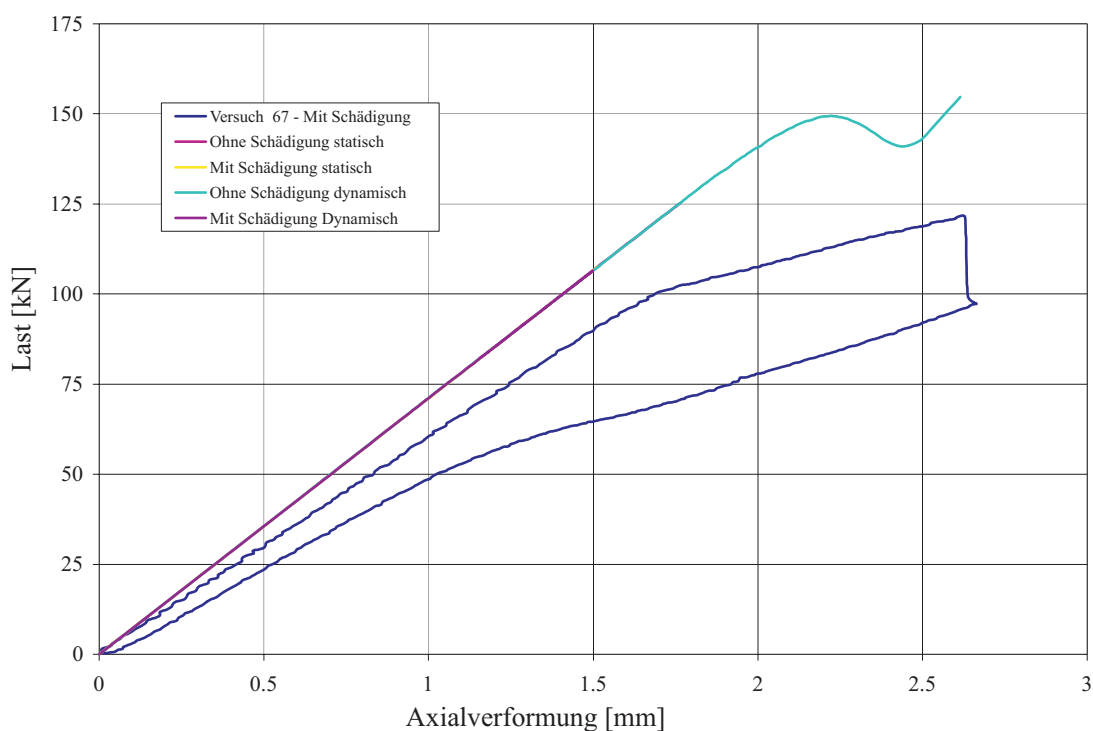


Abbildung 6.3: Vergleich der Last-Verformungskurven mit einem Versuchsergebnis

## 7 Auswertung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Beullast eines Zylindersegments aus glasfaserverstärktem Kunststoff mit eingeklebten Längssteifen mittels der Methode der Finiten Elemente bestimmt.

Die Beullast wurde zum einen für ein ungeschädigtes Segment berechnet. Hierbei zeigten die lineare und die nichtlineare Beulanalyse miteinander korrespondierende Ergebnisse. Auch die dynamische Analyse ergab Maximallasten, die in der gleichen Größenordnung liegen. Eine in anderen FE-Programmen beobachtete wesentlich weitere Laststeigerung war nicht möglich. Die Eigenformen der linearen Eigenwertanalyse und der Modalanalyse unterscheiden sich erheblich. Während bei der Modalanalyse ein globales Beulen auftritt, das auch bei den Pfadverfolgungsalgorithmen beobachtet wurde, entstehen bei der linearen Beulanalyse bei niedrigen Eigenformen stets kleine lokale Beulen zwischen den Steifen. Diese deuten auf einen nicht zulässigen Effekt der Mittelknoten hin.

Für das am DLR geprüfte Segment mit Schädigungen im Verbindungsbereich der Steifen wurden ebenfalls numerische Untersuchungen vorgenommen. Die bei den Versuchen auftretende Ablösung der Steifen konnte in der nichtlinearen Beulanalyse nur ansatzweise erreicht werden. Ein vollständiges Ablösung war wegen voriger fehlender Konvergenz nicht erreichbar. Auch bei dynamischen Analysen war ein vollständiges Ablösen des Kontaktes trotz kleiner Zeitschritte nicht möglich.

Das verwendete Schalenelement SHELL 99 des kommerziellen Programmpaketes ANSYS zeigt also nur eine eingeschränkte Verwendbarkeit für solche Berechnungen. Ursache für die schlechte Konvergenz bzw. für den Abbruch bei starken Steifigkeitsänderungen kann zum einen die Modellierung der Haut durch zwei parallele Schichten sein. Außerdem sind Effekte möglich, die durch die Mittelknoten des 8-Knoten-Elementes entstehen. ANSYS empfiehlt, diese Mittelknoten nicht mit anderen Elementecken zu verbinden und dort keine Kontaktelemente anzuordnen (siehe Abbildung 7.1). Dies könnte eine Ursache sowohl für die kleinen Beulen in der linearen Beulanalyse, als auch für die nicht mögliche vollkommene Ablösung des Kontakts beim Segment mit Schädigungen sein.

Eine weitere Verwendung des Schalenelementes SHELL 99 für diese Berechnung wird deswegen nur eingeschränkt empfohlen. Da keine geschichteten 4-Knoten Elemente in ANSYS vorliegen, ist eine andere Modellierung nicht möglich.

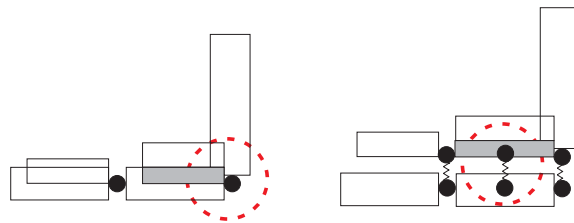


Abbildung 7.1: Mögliche Konfliktpunkte bei der gewählten Modellierung mit 8-Knoten-Elementen

## Literatur

### Allgemein

- [1] Alefeld, G. : Höhere Mathematik für Bau- und Vermessungsingenieure, Vorlesungsskript, Universität Karlsruhe.
- [2] Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.: Benchmark 3, Axially Compressed CFRP Panel - Versuchsergebnisse, Braunschweig.
- [3] Niederstadt, G.; Herrmann, A.; Hanselka, H.: Faserverbundwerkstoffe - nach Gebrauch auf den Kompost in: Spektrum der Wissenschaft Digest 3 'Moderne Werkstoffe', Seite 94 ff., März 1996.
- [4] Vielsack, P.: Baudynamik, Vorlesungsskript, Karlsruhe, 1997.
- [5] Waller, H. u. Schmidt, R.: Schwingungslehre für Ingenieure, Mannheim 1989.
- [6] Wolters, M.: Experimentelle und numerische Untersuchungen an biegebeanspruchten Sandwichelementen bei Vorhandensein von Schaum-, Haft- und Deckschichtimperfectionen, Vertieferarbeit, Karlsruhe, 2001.

### Kunststoffe

- [7] Moser, K.: Faser-Kunststoff-Verbund - Entwurf- und Berechnungsgrundlagen, Düsseldorf, 1992.
- [8] Rohwer, K.: Modelle und Methoden zur Berechnung von Laminaten aus unidirektionalen Faserverbunden, Braunschweig, 1996.
- [9] Schulz, U.: Kunststoffbau, Vorlesungsskript, Karlsruhe, 1998.

### Numerik

- [10] Bathe, K.: Finite-Element-Methoden, Berlin 1990.
- [11] CADFEM : ANSYS Benutzerhandbuch für Revision 5.0, Vol.1 Procedures, Grafing 1994.
- [12] Müller, G.; Groth, C.: FEM für Praktiker - Band 1: Grundlagen, Renningen 2000.
- [13] NONLIN2, ANSYS Stabilitätsprobleme: Seminarunterlagen eines Seminars von CAD-FEM GmbH in Burgdorf, 2.-3. März 1999.



- [14] Stelzmann, U.; Groth, G. Müller, G.: FEM für Praktiker - Band 2: Strukturdynamik, Renningen 2000.
- [15] Swansons Analysis Sytems: ANSYS User's Manual for Revision 5.0, Houston, 1992.
- [16] Swansons Analysis Sytems: ANSYS Online Help for Revision 5.6, Houston 1999.
- [17] Werkle, H.: Finite Elemente in der Baustatik, 2. Auflage, Braunschweig, 2001.
- [18] Zienkiewicz, O. C.: The finite element method, 3. Auflage, London 1977.

---

# DANK

An dieser Stelle will ich mich bei all jenen bedanken, die mich bei der Erstellung dieser Diplomarbeit unterstützt haben, insbesondere Prof. Wagner für die sehr gute Betreuung bei den auftretenden Fragen und den Mitarbeitern des Instituts für Baustatik für die Einführung und die wertvollen Tipps im Umgang mit TEX.

## Anhang

Die folgenden Dateien sind als Bausteine gedacht. Die Dateien I und J bilden dabei den Teil der Modellierung und sollten am Anfang stehen. Die Datei K ist für Analysen ohne Schädigung zum Ansetzen von Symmetrie gedacht. Die Dateien C bis G sind die Teile zur Lösung, die dann mit der Datei L ausgewertet werden kann.

A	Dichtetest
B	Datei zum Testen der Erdbeschleunigung
C	Lineare Beulanalyse
D	Nichtlineare Beulanalyse
E	Begleitende Eigenwertanalyse
F	Modalanalyse
G	Transiente dynamische Analyse
H	Testdatei zur dyn. Analyse
I	Ganzes Element
J	Element mit Schädigung
K	Schale vierteln
L	Auswertung

Tabelle 0.1: Übersicht über die Dateien

### A Dichtetest

```
C*** Test der Einheit für die Dichte
/prep7
et,1,3           !Beam-Element
r,1,1,1/12,1    !Fläche, I
mp,ex,1,20000   !Definition des E-Moduls
mp,nuxy,1,0.3   !Querkontraktionszahl
et,2,21,,4      !Massenelement
r,2,100e-6      !Definition der Masse

!Geometrie
k,1,0,0,0
k,2,100,0,0
l,1,2
```

## ANHANG

---

```
type,1
mat,1
real,1
lesize,1,10
lmesh,all      !Meshen des Beam-Elements
nummrg,node,1
type,2
real,2
e,2           !Massenelement

!Auflager
nset,s,loc,x,0
d,all,all,0
allsel
save

!Berechnung
/solu
antype,static  !Vorspannungen berechnen
pstres,on
solve
save
fini
/solu
antype,modal   !Modalanalyse
modop,subs,10
solve
save
fini
/solu         !Expansion der Eigenwerte
expand,on
mexpand,10
solve
fini
```

## B Testdatei zur Erdbeschleunigung

```

C*** Test der Einheiten für die Erdbeschleunigung
/prep7
et,1,3           !Beam-Element
r,1,1,1/12,1     !Fläche, I
mp,ex,1,20000    !Definition des E-Moduls
mp,nuxy,1,0.3    !Querkontraktionszahl
mp,dens,1,1.8e-9 !Dichte

!Geometrie
k,1,0,0,0
k,2,100,0,0
l,1,1,2
type,1
mat,1
real,1
lesize,1,10
lmesh,all        !Meshen des Beam-Elements
nummrg,node,1

!Auflager
nset,s,loc,x,0
d,all,all,0
allsel
save

!Lösung
/solu
allsel
acel,,9810       !Erdbeschleunigung
antype,static
solve
save
fini
/post1
plnsol,u,y       !Ausgabe der Verformungen in y-Richtung

```

## C Lineare Beulanalyse

```
/solu
antype,static      !Erstellung der Steifigkeitsmatrix
pstres,on
solve
save
fini
/solu
antype,buckl      !Beulanalyse
bucop,subs,2      !2 Eigenwerte errechnen, subspace-Methode
solve
save
fini
/solu
expass,on         !Expansion der Eigenformen
mxpand,2          !2 Eigenformen expandieren
solve
fini
save
```

## D Nichtlineare Beulanalyse

```
/solu
antype,static
solcontrol,on     !Solution-Control ein
nlgeom,on        !Nichtlinearität ein
sstiff,on        !Theorie II.Ordnung ein
outres,all,all   !Die Ergebnisse aller Lastschritte speichern
neqit,20         !20 Gleichgewichtsiterationen je Substep
nropt,full,,on   !Newton-Rapson-Verfahren, Adaptive descent ein
lnsrch,on        !Line Search ein
rescontrol,define,none !Ergebnisse für einen Restart bereithalten
pred,on          !Prediktor ein
time,tm         !Zeit am Ende des Lastschrittes=tm
nsubst,50,100000,50 !Mind. 50 Lastschritte, Genauigkeit 1/1000000
autots,on        !Automatische Schrittwahl ein
```

```
solve
save
fini
```

## E Begleitende Eigenwertanalyse

```
/solu
*cfopen,ergebnis,txt          !Öffnen der Ergebnisdatei
*cfwrite,,Reaktion,Verschiebung,Time !Schreiben der ersten Zeile

*do,tm,10,140,10             !Lastschleife
nselect,s,loc,z,710,800
esln,s,1
esel,r,real,,1
sfe,all,4,pres,0,tm         !Belastung der Knoten
allselect

!... Weitere Lasten siehe Modell

antype,static                !Statische nichtlineare Analyse
nlgeom,on                    !Nichtlinearitäten ein
sstiff,on                    !Theorie II. Ordnung ein
pstres,on                    !Steifigkeitsmatrix für die
                              !Eigenwertanalyse aufbereiten

time,tm
nsubst,2,50,2                !2 Lastschritte
solve
save
fini

/post1
set,1,2
allselect
fsum                          !Reaktionskräfte ausgeben
*get,a1,fsum,0,item,fz        !Variablen einlesen
*get,a2,node,27,u,z          !Verschiebung am Knoten 50
```

```

/solu
antype,buckl           !Beulanalyse
bucopt,lanb,1         !Block Lanczos-Methode
psolve,triang         !Invertieren der Steifigkeitsmatrix
psolve,eigfull        !Bestimmung der Eigenwerte
fini

```

```

/solu
expass,on             !Expandiermodus
mxpand,1
outres,all,all
psolve,eigexp         !Expandieren
fini

```

```

/post1
set,1,1
*get,a3,active,0,set,time  !Eigenwert auslesen
*cfwrite,,a1,a2,a3        !Variablen in Datei schreiben
fini

```

```

/prep7
sfedel,all,all        !Belastung für nächste Schleife löschen
*enddo                !Schleifenende
*cfclose

```

## F Modalanalyse

C\*\*\* Modalanalyse zur Bestimmung der Eigenfrequenzen

```

/solu
antype,static         !Statische Analyse zur Bereitstellung
                        !der Steifigkeitsmatrix
pstres,on
solve
save
fini

```



```

/solu
antype,modal      !Modalanalyse
modop,subs,10    !10 Eigenfrequenzen, Subspace-Methode
solve
save
fini

```

```

/solu
expand,on        !Expandieren der Eigenformen zu den Eigenfrequenzen
mxpand,10       !10 Eigenformen expandieren
solve
fini

```

## G Transiente dynamische Analyse

C\*\*\* Auf eine lineare Berechnung mit Vorbeule aufgesetzte dyn. Analyse

```

!lineare Berechnung für die Vorbeule
/solu
nselect,s,loc,z,800
d,all,uz,-0.5    !Belastung
allsel
antype,static
pstres,on
solve
save
fini

```

```

/solu
antype,buckl
bucop,subs,38    !38 Eigenwerte
solve
save
fini
/solu
expand,on
mxpand,38       !Expansion von 38 Eigenformen

```

## ANHANG

---

```
solve
save
fini

/prep7
upgeom,.5,1,38,td,rst  !Aufbringen der Verformung des Lastschrittes 38
                        !der Datei td.rst mit dem Faktor 0,5
save

belgesch=25           !Belastungsgeschwindigkeit mm/sec
u1=1.1                !Verformung im 1. Lastschritt (statisch)
u2=1.3                !Verformung im 2. Lastschritt (dynamisch)

/go
/solu
antype,trans         !Transiente Analyse ein
lumpm,on             !Lumped-Massen-Matrix Formulierung
timint,off           !Dyn. Effekte aus
nselect,s,loc,z,800
d,all,uz,-u1        !Aufbringen der Verschiebung
allsel
!acel,,,-9810       !Erdbeschleunigung wenn gewünscht
alphad,118           !Rayleigh-Dämpfung Alpha
betad,6.4e-8         !und Beta
solcontrol,on,on     !Solution Control ein
nlgeom,on            !Nichtlinearitäten ein
sstiff,on            !Versteifungseffekte berücksichtigen
outres,all,all       !Alle Lastschritte speichern
nropt,full,,on      !Volles Newton-Rapson-Verf. mit Adaptive Descent
lnsrch,on            !Line Search ein
time,u1/belgesch     !Zeit am Ende der statischen Belastung
!pred,on             !Prediktor ein
nsubst,3,10,3        !3 min., 10 max. Lastschritte
autots,on            !Automatische Zeitschritte ein
solve
```

```

!2.Lastschritt
trnopt,full      !full Matrix method
timint,on        !Dyn. Effekte ein
kbc,0            !Lineare Lastaufbringung
time,u2/belgesch !Zeitintervall für 2. LS
nselect,s,loc,z,800
d,all,uz,-u2    !Verformung für 2. LS
allsel
nsubst,20,50,20 !20 min., 50 max. Lastschritte
neqit,75        !max.75 Gleiggewichtsiterationen
solve
save
    
```

## H Testdatei zur transient dynamische Analyse

```

/prep7
et,1,3
r,1,1,1/12,1    !Fläche, I
mp,ex,1,20000   !E-Modul
mp,nuxy,1,0.3   !Querkontraktionszahl
mp,dens,1,1.8e-9 !Dichte
k,1,0,0,0
k,2,100,0,0
l,1,2
type,1
mat,1
real,1
lesize,1,10
lmesh,all
nummrg,node,1

!Auflager
nselect,s,loc,x,0
d,all,all,0
allsel
save
    
```

!Kraft als Imperfektion

nselect,s,loc,x,100

f,all,fy,.00001

allselect

/solu

!1. Lastschritt

antype,trans,new !Transiente Analyse starten

trnopt,full !full Matrix-Methode

nlgeom,on !Nichtlinearitäten ein

sstiff,on !Versteifungseffekte berücksichtigen

alphad,.09 !Rayleigh-Dämpfung alpha

betad,1.14e-6 !Rayleigh-Dämpfung beta

kbc,0 !Lineare Laststeigerung

time,0.35 !Zeit am Ende des Lastschrittes 0.35 Sekunden

timint,on !Dyn. Effekte ein

nselect,s,loc,x,100

f,all,fx,-0.35 !Belastung am letzten Knoten

allselect

nsubst,10,40,10 !Min. 10 max. 40 Lastschritte

outres,all,all !Alle Ergebnisse speichern

solve

!2.Lastschritt

time,0.45 !Zeit am Ende des 2. LS: 0.45 Sekunden

nselect,s,loc,x,100

f,all,fx,-0.45 !Belastung am letzten Knoten

allselect

solve

!3.Lastschritt

time,.7 !Zeit am Ende des 3. LS: 0.70 Sekunden

nsubst,100,400,100 !Min. 100 max. 400 Lastschritte

solve

```

/post26
nsol,2,2,u,y      !Auswahl der Variablen für die Ausgabe
                  !(Knoten 2, Versch. in y-Ri)
plvar,2           !Ausgabe der Var. in Bezug zur Zeit

```

## I Modellierung ohne Schädigung

```

/title,panel
/nerr,5,1000000   !Anzahl der erlaubten Fehlermeldungen
/prep7
rd=370.9          !Radius
eh=20             !Anzahl der Elemente in Elementhöhe
e90=2             !Im Bereich zwischen 0 und 90
es=1              !In Stiefenhöhenrichtung
ez=2              !Im Zwischenraum zw. Steifenende und Symm.
pi=3.141592653589
pq=180/rd/pi

```

!!

!Definition der Schalenelemente

!!

```

et,1,99           !SHELL99
keyopt,1,11,0     !Knoten in der Mittelebene
et,2,99
keyopt,2,11,2     !Knoten auf der Oberseite der Elemente
mp,ex,1,141000    !Ex-Modul
mp,ey,1,11000     !Ey-Modul
mp,ez,1,11000
mp,gxy,1,6290     !Schubmoduli
mp,gyz,1,6290
mp,gxz,1,4290
mp,prxy,1,0.3     !Querkontraktionszahlen
mp,prxz,1,0.3
mp,pryz,1,0.282
mp,dens,1,1.8e-9  !Dichte erforderlich für Dynamik

```

!Eingabe der Richtungen der Schichten

# ANHANG

---

```
r,1,8,1,,,,,          !Haut
rmore,,,,,,
rmore,1,90,0.125,1,45,0.125
rmore,1,-45,0.125,1,0,0.125

r,2,6,,,,,          !dünner Teil der angeklebten Steife
rmore,,,,,,
rmore,1,-45,0.125,1,45,0.125
rmore,1,-45,0.125,1,45,0.125
rmore,1,-45,0.125,1,45,0.125

r,3,10,,,,,         !dicker Teil der angeklebten Steife
rmore,,,,,,
rmore,1,-45,0.125,1,45,0.125
rmore,1,-45,0.125,1,45,0.125
rmore,1,-45,0.125,1,45,0.125
rmore,1,0,0.125,1,0,0.125
rmore,1,0,0.125,1,0,0.125

r,4,24,1,,,,,       !Steife
rmore,,,,,,
rmore,1,45,0.125,1,-45,0.125
rmore,1,45,0.125,1,-45,0.125
rmore,1,45,0.125,1,-45,0.125
rmore,1,0,0.125,1,0,0.125
rmore,1,0,0.125,1,0,0.125
rmore,1,0,0.125,1,0,0.125

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Modellaufbau!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

csys,1                !zylindrisches Koordinatensystem
k,1,rd,0,0           !Definition der Keypoints
k,2,rd,69.82*pq,0
k,3,rd,69.82*pq,800
k,4,rd,0,800
```

```

a,1,2,3,4                                !Definition der Fläche
k,5,rd,18.96*pq,0
k,6,rd,18.96*pq,800
k,7,rd,26.46*pq,0
k,8,rd,26.46*pq,800
k,9,rd,34.91*pq,0
k,10,rd,34.91*pq,800
k,11,rd,43.36*pq,0
k,12,rd,43.36*pq,800
k,13,rd,50.86*pq,0
k,14,rd,50.86*pq,800
k,15,rd,0,90
k,16,rd,69.82*pq,90
k,17,rd,0,710
k,18,rd,69.82*pq,710
1,5,6                                    !Def. der Linien zum
1,7,8                                    !Zerschneiden der Fläche
1,9,10
1,11,12
1,13,14
1,15,16
1,17,18
lssel,s,line,,5,11
asbl,1,all,,delete,keep                !Zerschneiden der Fläche in Teilstücke
lssel,s,loc,z,45
lssel,a,loc,z,755
lesize,all,,,e90                        !Eingabe der Elementgrößen längs der Linien
lssel,s,loc,z,400
lesize,all,,,eh
lssel,s,loc,y,9.48*pq
lesize,all,,,ez
lssel,s,loc,y,22.71*pq
lesize,all,,,1
lssel,s,loc,y,30.685*pq
lesize,all,,,1
lssel,s,loc,y,39.135*pq
lesize,all,,,1

```

```

lsel,s,loc,y,47.11*pq
lesize,all,,1
lsel,s,loc,y,60.34*pq
lesize,all,,ez
mshape,0,2D           !nur quadratische Elemente meshen
type,1               !Type 1 und Real 1
real,1
local,11,0,,,,,90    !lokales Koordinatensystem
esys,11              !als Elementkoordinatensystem definieren
amesh,all            !Alles meshen
csys,1

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Steifen
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
k,29,rd-0.875,18.96*pq,0    !Angeklebte Steifen generieren
k,30,rd-0.875,26.46*pq,0
k,31,rd-0.875,43.36*pq,0
k,32,rd-0.875,50.86*pq,0
k,33,rd-1.125,26.46*pq,0
k,34,rd-1.125,43.36*pq,0
kgen,2,29,34,1,,,,90
a,29,30,36,35
a,31,32,38,37
a,33,34,40,39
kgen,2,35,40,1,,,,620
a,35,36,42,41
a,37,38,44,43
a,39,40,46,45
kgen,2,41,46,1,,,,90
a,41,42,48,47
a,43,44,50,49
a,45,46,52,51
lsel,s,loc,z,400
lesize,all,,,eh
lsel,s,loc,z,45
lsel,a,loc,z,755

```



## ANHANG

---

```
lesize,all,,e90
lssel,s,line,,61,63,2
lssel,s,line,,81
lesize,all,,2
esize,,1                                !Nur 1 Element pro Linie
mshape,0,2D
asel,,,21,27,3                          !Auswahl der Flächen zum Meshen
real,3
type,2
esys,11
amesh,all
asel,inve                                !Alle anderen Flächen auswählen
real,2
amesh,all
csys,1

k,59,rd-1.125,34.91*pq,0                !Generieren der Steife
k,60,rd-1.125,34.91*pq,90
k,61,rd-1.125,34.91*pq,710
k,62,rd-1.125,34.91*pq,800
k,63,rd-14.5,34.91*pq,0
k,64,rd-14.5,34.91*pq,90
k,65,rd-14.5,34.91*pq,710
k,66,rd-14.5,34.91*pq,800
allsel
asel,inve
lssel,inve
a,59,60,64,63
a,60,61,65,64
a,61,62,66,65
lssel,s,loc,z,400
lesize,all,,eh
lssel,s,loc,z,45
lssel,a,loc,z,755
lesize,all,,e90
esize,,es
```

```

real,4

local,12,0,,,,,90      !lokale Elementkoordinaten für Steife
esys,12
type,1
amesh,all
csys,1
allsel

agen,3,all,,,,69.82*pq,,,0      !Versechsfachen des bisherigen Modells
agen,4,1,30,1,,-69.82*pq,,,0

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!KNOTEN ABGLEICHEN!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
allsel
modmesh,detach          !Alles vom Solid-Modell lösen
nummrg,node,0.1        !Alle Knoten mit kleinem Abstand nummergen
nummrg,all              !Alle Teile des Modells mit den
                        !Standartgrößen nummergen

!Bei Modell mit Schädigung ab hier Schädigung einfügen!

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Verbinden der Steifen mit der Haut wie beschrieben
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
*do,ii,-209.46,139.64,69.82    !Schleife über alle Steifen
nselect,s,loc,y,(18.96+ii)*pq  !Knotenreihe 1
nummrg,node,1            !verbinden
nselect,s,loc,y,(26.46+ii)*pq
nummrg,node,1.5
nselect,s,loc,y,(34.91+ii)*pq
nummrg,node,1.5
nselect,s,loc,y,(43.36+ii)*pq
nummrg,node,1.5
nselect,s,loc,y,(50.86+ii)*pq

```

```

nummrg,node,1
nset,s,loc,y,(22.71+ii)*pq
nummrg,node,1.5
nset,s,loc,y,(30.685+ii)*pq
nummrg,node,1.5
nset,s,loc,y,(39.125+ii)*pq
nummrg,node,1.5
nset,s,loc,y,(47.11+ii)*pq
nummrg,node,1
*enddo

nset,s,loc,x,rd-3,rd      !Alle Knoten in die richtige
nmodif,all,rd            !Position schieben
allsel

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Auflager oben/unten
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

nset,s,loc,z,0,90        !Drehen des Knoten-KOS für die Auflager
nset,a,loc,z,710,800
nrotat,all
nrotat,all
allsel
nset,s,loc,z,0           !Unteres Auflager
d,all,uz,0
d,all,ux,0
d,all,uy,0
nset,s,loc,z,0,90       !Einspannungen bei den Auflagern
nset,a,loc,z,710,800
d,all,roty,0
d,all,ux,0
nset,s,loc,z,800        !Oberes Auflager
d,all,ux,0
d,all,uy,0

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

```

!Randauflager
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
nset,s,loc,y,-209.46*pq
nset,a,loc,y,209.49*pq
nrotat,all                !Drehen des Knoten-KOS für die Randauflager
d,all,ux,0
allset

nset,s,loc,z,800        !Koppeln der Knoten am oberen Rand
cp,1,uz,all            !(gleiche Verschiebung in z-Ri)
allset

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Belastung ... nicht bei transient dynamischer Analyse!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
tm=160                  !Referenzlast Max.Last=tm*874,17
xx1=800-90/e90
nset,s,loc,z,xx1,800
esln,s,1
esel,r,real,,1
sfe,all,4,pres,0,tm*1    !Aufbringen der Lasten auf Haut und Steife
esln,s,1
esel,r,real,,2
sfe,all,5,pres,0,tm*.75
esln,s,1
esel,r,real,,3
sfe,all,5,pres,0,tm*1.25
esln,s,1
esel,r,real,,4
sfe,all,4,pres,0,tm*3
allset
save

C*** LÖSUNGSTEIL

C*** AUSWERTUNG

```

## J Modellierung mit Schädigung

```

!Beginn wie Modell ohne Schädigung

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Koppeln der Steifen mit der Haut
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Auswahl der Fehlstellen (nur Hautknoten)
nselect,s,loc,z,241.6,544.7
nselect,r,loc,x,rd,rd+0.1
nselect,r,loc,y,-50.86*pq,-18.96*pq
cm,steif3,node           !Speichern der Knoten in einer Gruppe
allselect

nselect,s,loc,z,462,544.7
nselect,r,loc,x,rd,rd+0.1
nselect,r,loc,y,18.96*pq,50.86*pq
cm,steif4a,node
allselect

nselect,s,loc,z,406.9,599.8
nselect,u,loc,z,462,544.7
nselect,r,loc,x,rd,rd+0.1
nselect,r,loc,y,26.46*pq,43.36*pq
cm,steif4b,node
cmgrp,fehl,steif3,steif4a,steif4b           !Zusammenfassen der Gruppen
allselect

!Auswahl der Fehlstellen (nur Steifenknoten)
nselect,s,loc,z,241.6,544.7
nselect,r,loc,x,rd-1.5,rd-0.1
nselect,r,loc,y,-50.86*pq,-18.96*pq
cm,steif3x,node
allselect

nselect,s,loc,z,462,544.7
nselect,r,loc,x,rd-1.5,rd-0.1
nselect,r,loc,y,18.96*pq,50.86*pq
cm,steif4ax,node
allselect

```

## ANHANG

---

```
nselect,s,loc,z,406.9,599.8
nselect,u,loc,z,462,544.7
nselect,r,loc,x,rd-1.5,rd-0.1
nselect,r,loc,y,26.46*pq,43.36*pq
cm,steif4bx,node
cmgrp,fehlx,steif3x,steif4ax,steif4bx
allselect

cmselect,u,fehl !Auswahl aller Knoten ohne Schädigung
nummrg,node,1.5 !Nummergen der Steifen mit den Hautknoten

nselect,s,loc,x,rd-3,rd
cmselect,u,fehlx !Verschieben aller fehlerloser Knoten
nmodif,all,rd !in die richtige Position

!!!! CONTAC52-Elemente
et,3,52,,,,1 !Größe der Lücke basierend auf Geometrie
r,5,141000,,3 !Eingabe von Steifigkeit, Start
mp,mu,2,0 !Keine Reibung senkrecht zum CONTAC-Element
mat,2
real,5
type,3
cmselect,s,fehl !Auswahl der Schädigungsknoten
cmselect,a,fehlx

!Automatisches Generieren von Elementen zw. Knoten
!falls Abstand kleiner 1.5
eintf,1.5
nrotat,all !Drehen der Knoten in globales KOS
cpintf,uz,1.5 !Koppeln der Knoten in z-Richtung

*get,xxx,active,0,cp !Ermittlung der Anzahl der Kopplungen

*do,ii,1,xxx,1 !Schleife über alle Kopplungen
cplgen,ii,uy !Kopplung auch in y-Richtung
*enddo
```

# ANHANG

---

```
cmsel,s,fehlx          !Verschieben der Schädigungsknoten
nmodif,all,rd-0.01    !in richtige Geometrie
allsel

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Auflager oben/unten
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

nset,s,loc,z,0,90      !Drehen des Knoten-KOS für die Auflager
nset,a,loc,z,710,800
nrotat,all
nrotat,all
allsel
nset,s,loc,z,0         !Unteres Auflager
d,all,uz,0
d,all,ux,0
d,all,uy,0
nset,s,loc,z,0,90     !Einspannungen bei den Auflagern
nset,a,loc,z,710,800
d,all,roty,0
d,all,ux,0
nset,s,loc,z,800      !Oberes Auflager
d,all,ux,0
d,all,uy,0

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Randauflager
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
nset,s,loc,y,-209.46*pq
nset,a,loc,y,209.49*pq
nrotat,all            !Drehen des Knoten-KOS für die Randauflager
d,all,ux,0
allsel

nset,s,loc,z,800      !Koppeln der Knoten am oberen Rand
cp,next,uz,all        !(gleiche Verschiebung in z-Ri)
```

allsel

!!

!Belastung ... nicht bei transient dynamischer Analyse!!!

!!

tm=160 !Referenzlast Max.Last=tm\*874,17

xx1=800-90/e90

nselect,s,loc,z,xx1,800

esln,s,1

esel,r,real,,1

sfe,all,4,pres,0,tm\*1 !Aufbringen der Lasten auf Haut und Steife

esln,s,1

esel,r,real,,2

sfe,all,5,pres,0,tm\*.75

esln,s,1

esel,r,real,,3

sfe,all,5,pres,0,tm\*1.25

esln,s,1

esel,r,real,,4

sfe,all,4,pres,0,tm\*3

allsel

save

C\*\*\* LÖSUNGSTEIL

C\*\*\* AUSWERTUNG

## K Schale vierteln (Ausnutzung der Symmetrie)

! Einfügen vor der Belastung

nselect,s,loc,z,0,400

esln,s,1

edel,all !Löschen der überzähligen Elemente

nselect,s,loc,y,-60,0

esln,s,1

edel,all

nselect,s,loc,z,0,390



```

nselect,a,local,y,-60,-0.1
ddel,all,all           !Löschen der überzähligen Auflage
ndel,all               !Löschen der überzähligen Knoten
nselect,s,local,z,400
dsymm,symm,z,1        !Symmetrie in Höhenrichtung
nselect,s,local,y,0
dsymm,symm,y,1        !Symmetrie in Tangentialrichtung
allselect

```

## L Verschiedene Auswertungsmöglichkeiten

C\*\*\* AUSWERTUNG

```

/fil,td
resu                   !Resumieren
/post1

```

C\*\*\* Schreiben von Grafischen Ergebnissen (Verformung in x-Ri) in Datei

```

/show,plot.grph       !Grafische Ausgabe in Datei schreiben
*do,i,1,12             !Schleife
set,2,i               !Wahl des Lastschrittes
/reset                !Zurückstellen der Grafikeinstellungen
/device,vect,off      !Vektordarstellung aus
/view,1,1,0,0         !Blickrichtung einstellen
/foc,1,auto           !Mittelpunkt automatisch wählen
/dist,1,auto          !Distanz automatisch wählen
/type,1,6             !Einstellung des Ausgabemediums
/edg,1,0,45           !Einstellung der Ausgabe der Elementkanten
/cont,1,9,auto        !Anzahl der Konturen bei Spanungsplots
/dsca,1,1             !Überhöhungsfaktor für Verformungsausgaben
plnsol,u,x            !Ausgabe der Verformungen in x-Richtung
plnsol,u,z            !Ausgabe der Verformungen in z-Richtung
*enddo

```

C\*\*\* Ausgabe des Last-Zeit-Diagramms

```

/post26                !Post26-Prozessor

```

```

nsol,2,50,u,z      !Auswahl des Variable (Knoten 50, Versch. z-Ri)
plvar,2           !Ausgabe der Daten als Bildschirmdiagramm

```

C\*\*\* Schreiben von best. Variablen in eine Datei

```
/post1
```

```
*cfopen,ergebnis,txt      !Öffnen der Datei
```

```
*cfwrite,,Verschiebung,Lastges,Time      !Schreiben der ersten Zeile
```

```
*cfwrite,0,0,0,0         !Schreiben der zweiten Zeile (Nullpunkt)
```

```
set,last              !Letzen Lastschritt auswählen
```

```
*get,aaa,active,0,set,sbst      !Nummer des letzten Substeps ausgeben
```

```
*do,i,1,aaa          !Schleife über alle Substeps
```

```
set,1,i              !Auswahl des Substeps
```

```
nset,s,loc,z,0
```

```
fsum                !Reaktionskräfte ausgeben
```

```
allsel
```

```
*get,a1,node,50,u,z      !Verschiebung am Knoten 50 einlesen
```

```
*get,a2,fsum,0,item,fz
```

```
*get,a3,active,0,set,time      !Aktuelle mit dem Lastschritt
```

```
!verknüpfte Zeit einlesen
```

```
*cfwrite,,-a1,-a2,a3      !In Datei schreiben
```

```
*enddo
```

```
*cfclose
```