

Einsatz der elementfreien Galerkin-Methode zur Berechnung von Beton unter dynamischer Beanspruchung

M. Larcher, L. Stempniewski
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Universität Karlsruhe (TH)
76128 Karlsruhe
E-Mail: larcher@ifmb.uka.de

Zusammenfassung

Bei der Belastung von Beton mit sehr kurzer aber hoher Belastung, wie sie zum Beispiel bei einer Detonation auftritt, sind im Stoffgesetz zur Berechnung des Versagens verschiedene über die statische Berechnung hinausgehende Effekte zu berücksichtigen, die in diesem Beitrag vorgestellt werden. Die Berechnung des Versagens wird mit diskreten Rissen durchgeführt, die über die elementfreie Galerkin-Methode eingeführt werden. Das Simulationsmodell wird zur Berechnung eines Dreipunkt-Biege-Versuches und einer Kontaktdetonation benutzt.

Abstract

Aim of the presented research is to simulate the blasting of concrete. The element-free Galerkin method is used to describe discrete cracks in concrete. The nonlinear material behavior of concrete is described by a cohesive crack model. The usability of the combination of discrete cracks with the described material model is shown by comparison of static experimental results with numerical results. In consideration of the strain rate effect and the Hugoniot-curve shock waves in concrete are calculated.

1 Problemstellung

Beton zeigt ein stark nichtlineares Verhalten, das von der Bildung von Mikrorissen und deren Übergang zu Makrorissen geprägt ist. Dieser Übergang führt zum klassischen Spannungs-Dehnungsverlauf von Beton, der weder über ein reines plastisches Materialverhalten noch über einen reinen Schädigungsansatz gut zu beschreiben ist.

Für die kontinuumsmechanische Berechnung von Beton existieren verschiedene Ansätze. Diese lassen sich unterscheiden in Modelle, die die Risse über ein oder mehrere Elemente verschmieren. Dazu zählen die verschmierten Rissmodelle und die verschiedenen Schädigungsmodelle wie zum Beispiel das Schädigungs-Plastizitätsmodell von Schmidt-Hurtienne [18]. Als Alternative zu diesen Modellen, bei denen die Lage und die Breite des Risses nicht ermittelt werden, zählen die Modelle mit diskreten Rissen. Hier sind weiterhin Modelle zu unterscheiden, bei denen die Risse an Elementgrenzen verlaufen und Modelle, bei denen Risse zwischen Knoten ermöglicht werden.

Während die Verwendung von Rissen an Elementgrenzen zu Problemen beim Risswachstum führt, da die Elemente an den Riss angepasst werden müssen, bedingt die Verwendung von diskreten Rissen zumeist einen höheren numerischen Aufwand. Ein Beispiel für ein Modell mit diskreten Rissen zwischen den Knoten ist die eXtended Finite Element Method (XFEM), bei der für die Risse zusätzliche Freiheitsgrade hinzugefügt werden, die die Rissöffnung repräsentieren. In dieser Arbeit soll die von Belytschko [1] vorgestellte elementfreie Galerkin-Methode (EFG) verwendet werden, die im Folgenden vorgestellt wird.

2 Elementfreie Galerkin-Methode

Bei der elementfreien Galerkin-Methode werden im Gegensatz zur Finiten-Elemente-Methode keine Elemente zur Beschreibung der Abhängigkeiten der einzelnen Knoten zueinander benutzt. Der Einfluss der Knoten untereinander, der bei beiden Methoden durch Formfunktionen repräsentiert wird, wird bei der EFG-Methode über eine Moving Least Squares Interpolation (MLS-Interpolation) bestimmt, wobei als Kriterium der Abstand der Knoten zueinander dient. Dies hat den Vorteil, dass die Diskretisierung unabhängig von Elementen ist und so auch diskrete Risse implementiert werden können.

2.1 Wichtungsfunktion

Die Wichtungsfunktion $w(\mathbf{x})$ spielt für elementfreie Ansätze eine zentrale Rolle. Sie gibt den Einfluss eines Knotens \mathbf{x}_i auf die Stelle \mathbf{x} an und hängt vom Abstand $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|$ ab. Dieser Abstand wird zusätzlich mit dem Einflussradius h_i normiert. Der Einflussradius ist frei zu wählen, wobei Untersuchungen gezeigt haben, dass 4 bis 10 Knoten in einem Einflussgebiet liegen sollten, damit eine Lösung gefunden werden kann. Die Wichtungsfunktion kann geschrieben werden als

$$w(\mathbf{x}) = w(s) \text{ mit } s = \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|}{h_i} \quad (1)$$

$w(s)$ sollte eine monoton fallende Funktion mit folgenden Eigenschaften sein:

$$\begin{aligned} w(s) &= 1 && \text{für } s = 0 \\ w(s) &> 0 && \text{für } s < 1 \\ w(s) &= 0 && \text{für } s \geq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Als Wichtungsfunktion kann zum Beispiel folgende Spline-Funktion verwendet werden

$$w(s) = 1 - 6s^2 + 8s^3 - 3s^4 \quad (3)$$

2.2 Moving Least Square Interpolation

Die elementfreie Galerkin-Methode benutzt zur Interpolation die MLS-Interpolation. Der grundlegende Ansatz für eine MLS-Interpolation ist gegeben durch

$$u^h(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{a} \quad (4)$$

mit einer zu findenden Funktion \mathbf{a} und den Basisfunktionen \mathbf{p} . Eine lineare, zweidimensionale Basisfunktion kann beispielsweise folgendermaßen aussehen

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) = (1 \ x \ y)^T \quad (5)$$

Die Funktion \mathbf{a} wird durch die MLS-Interpolation so bestimmt, dass der Interpolationsfehler möglichst klein ist. Der Interpolationsfehler wird mit der Wichtungsfunktion w_i (Gleichung 3) gewichtet.

$$J_i(\mathbf{a}, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i(\mathbf{x}) \cdot (u_i - \mathbf{p}_i^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{a})^2 \quad (6)$$

Durch Minimierung der Funktion $J_i(\mathbf{a}, \mathbf{x})$ kann die Funktion \mathbf{a} bestimmt werden

$$\frac{\partial J_i(\mathbf{a}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{a}} = 0 \quad (7)$$

Durch die geschickte Verwendung der Wichtungsfunktionen – wie zum Beispiel von Häußler-Combe [7] gezeigt – können für jeden Knoten i Formfunktionen φ_i bestimmt werden unter deren Verwendung die Interpolation geschrieben werden kann als

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i \quad (8)$$

Die Formfunktionen weisen folgende Eigenschaften auf

$$\varphi_i(\mathbf{x}) \begin{cases} \neq 0 & \text{für } |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i| < h_i \\ = 0 & \text{für } |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i| \geq h_i \end{cases} \quad (9)$$

Es ist leicht erkennbar, dass im Vergleich zu Finiten Elementen die Ansatzfunktionen durch die Formfunktionen φ_i ersetzt werden. Die Abhängigkeit der Einträge in den Formfunktionen ist nicht mehr über die Definition von Elementen gegeben sondern erfolgt nur durch den Abstand der Knoten zueinander.

2.3 MLS-Interpolation und Risse

Durch Modifikation der Wichtungsfunktion w_i können bei der elementfreien Galerkin-Methode auch diskrete Risse berücksichtigt werden. Die Fläche um den betrachteten Knoten wird in zwei Teilgebiete aufgeteilt: dem Teilgebiet A diesseits des Risses und dem Teilgebiet B jenseits des Risses. Im Teilgebiet A wird die Wichtungsfunktion nach Gleichung 3 verwendet, im Teilgebiet B wird die Wichtungsfunktion gesetzt zu

$$w(\mathbf{x}) = 0 \text{ für alle } \mathbf{x} \in B. \quad (10)$$

Damit besitzen die Knoten jenseits des Risses keinen Einfluss mehr.

Die Entscheidung, welcher Knoten jenseits und welcher diesseits des Risses liegt, ist in der Nähe der Rissspitze nicht trivial. Ventura [20] benutzt ein Sichtbarkeitskriterium, um die Stelle eines Knotens bezüglich eines Risses zu bestimmen. Alle Knoten, die durch den Riss abgeschattet werden, liegen jenseits des Risses. Der Vorteil dieses Vorgehens ist die einfache Umsetzung. Es werden allerdings diskontinuierliche Formfunktionen erstellt, die zu einer fehlenden Konvergenz führen können. Bessere Ansätze sind die Diffraktionsmethode und die Transparenzmethode (Organ [15]).

2.4 Diskretisierung

Die EFG-Methode kann zur Darstellung von beliebigen Feldfunktionen verwendet werden. Neben der Nutzung für die hier vorgestellten Verschiebungsfelder wird die EFG-Methode zum Beispiel zur Darstellung von elektrischen, akustischen oder thermischen Feldern verwendet.

Die Diskretisierung eines Verschiebungsfeldes findet folgendermaßen statt

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{N}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}_i \quad (11)$$

wobei $\mathbf{N}(\mathbf{x})$ die Matrix der Formfunktionen ist

$$\mathbf{N}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \varphi_i(\mathbf{x}) & 0 & \dots & \varphi_n(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & \varphi_i(\mathbf{x}) & \dots & 0 & \varphi_n(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (12)$$

Die Dehnungen können wie bei der Finiten-Elemente-Methode bestimmt werden zu

$$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x}) = D\mathbf{u}(\mathbf{x}) = D\mathbf{N}(\mathbf{x})\mathbf{u}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}_i(\mathbf{x}) \quad (13)$$

Die Matrix \mathbf{B} -Matrix ergibt sich zu

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \varphi_{i,x}(\mathbf{x}) & 0 & \dots & \varphi_{n,x}(\mathbf{x}) & 0 \\ 0 & \varphi_{i,y}(\mathbf{x}) & \dots & 0 & \varphi_{n,y}(\mathbf{x}) \\ \varphi_{i,y}(\mathbf{x}) & \varphi_{i,x}(\mathbf{x}) & \dots & \varphi_{n,y}(\mathbf{x}) & \varphi_{n,x}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (14)$$

Die \mathbf{B} -Matrix kann nun zur Aufstellung des Gleichgewichts über alle Freiheitsgrade genutzt werden

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}^T(\mathbf{x}) \cdot \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (15)$$

Da die Delta-Kronecker-Eigenschaft nicht gilt, sind besondere Vorkehrungen bei Randbedingungen zu berücksichtigen, auf die hier im Weiteren nicht eingegangen wird.

3 Stoffgesetze für Beton

Es soll in dem hier vorgestellten Simulationsmodell ein lineares Stoffgesetz verwendet werden, wobei die nichtlinearen Effekte des Betons über kohäsive Risse implementiert werden sollen. Dieser Ansatz wird von vielen Autoren verwendet, um Beton unter einer Zugbeanspruchung zu berechnen.

Das Versagen von Beton findet in verschiedenen Phasen statt. Schon bei der Herstellung des Betons entstehen in der Mörtelphase durch Schwindvorgänge des Zementsteins und durch das Abfließen der Hydratationswärme Mikrorisse. Findet eine Belastung des Betons statt, entstehen weitere Mikrorisse, deren Richtung noch stark streuen kann. Wird die Belastung weiter gesteigert, so findet ein Zusammenschluss der Mikrorisse statt. Die Zugkräfte werden durch einzelne Zuschlagskomponenten überbrückt. Der Riss selbst kann noch Kräfte übertragen. Erst bei weiterer Belastung wird der Riss zugspannungsfrei. Aus den Mikrorissen sind Makrorisse geworden.

3.1 Versagensfläche

Die Kriterien für die verschiedenen Versagensarten werden zur Berechnung in Form einer Versagensfläche beschrieben. Für die Form dieser Versagensfläche existieren verschiedene Ansätze. Eine ausführliche Beschreibung der Versagensflächen stellt z.B. Chen [5] dar.

Experimentelle Untersuchungen verschiedener Autoren ergeben eine Form der Versagensfläche für Beton, die einem Kelch ähnelt (siehe Abbildung 1). Während im Zugbereich – also in Richtung der positiven Hauptspannungen – ein kleiner Bereich von Spannungen zulässig sind, öffnet sich die Versagensfläche im negativen Hauptspannungsbereich.

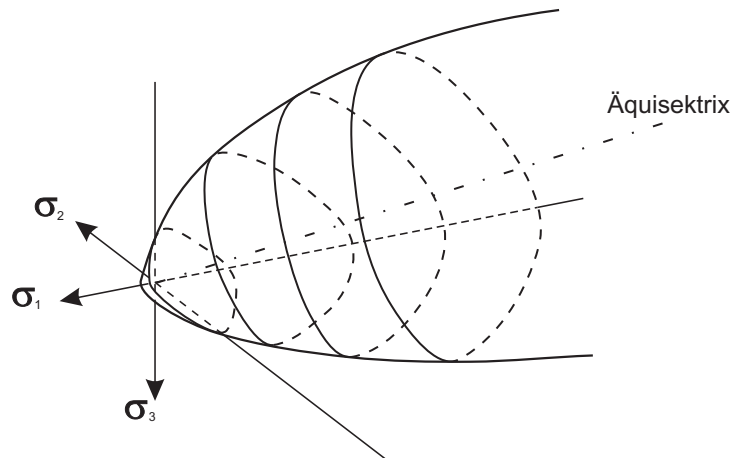


Abb. 1 Versagensfläche von Beton in 3D

Hsieh [10] stellt die Versagensfläche von Beton folgendermaßen dar

$$aJ_2 + b\sqrt{J_2} + c\sigma_1 + dI_1 - 1 = 0 \quad (16)$$

Der Vorteil dieser Versagensfläche ist die einfache Anpassung an Versuchsergebnisse. Die vier Parameter a, b, c, d werden an den biaxialen Versuchen von Kupfer [12] und an den triaxialen Versuchen von Mills und Zimmermann [13] geeicht.

3.2 Kohäsives Rissmodell

Das Modell der kohäsiven Risse für Beton geht zurück auf Hillerborgs „fictitious crack model“ [9]. Das Modell geht davon aus, dass sich ein Werkstoff zuerst linear elastisch verhält bis die Materialfestigkeit erreicht wird. Nach dem lokalen Überschreiten der Festigkeit kommt es zu einer Erhöhung der lokalen Dehnung unter gleichzeitiger Abnahme der übertragenen Spannung. Diesen Bereich bezeichnet man als Bruchprozesszone (Fracture Prozess Zone, FPZ). Der wesentliche Unterschied zu einem schon voll geöffneten Riss ist die Tatsache, dass dieser Riss noch Spannungen senkrecht zur Rissrichtung übertragen kann. Hier soll das von Hillerborg vorgeschlagene Verfahren verwendet werden, bei dem der Riss geöffnet ist und die noch übertragbaren Kräfte als äußere Kräfte eingeführt werden (siehe Abbildung 2).

Es werden längs des Risses Spannungen angesetzt, die der Rissöffnung entgegenwirken (so genannte Riss-schließspannungen σ_{CCS}). Die Spannungen werden in Abhängigkeit der Rissöffnung bestimmt. Die Spannungen haben an der Risspitze bei der Erstbelastung die Größe der Betonzugfestigkeit f_t und nehmen bis zur kritischen Rissöffnung w_{max} ab. Es werden hier drei verschiedene Formen für den Verlauf der Spannungen vorgestellt: Ein linearer, ein bilinearer und ein exponentieller Verlauf.

Eine weitere Betrachtung verdient die Entlastung der Bruchprozesszone. Verringert sich der Abstand der beiden Rissufer, gehen die Spannungen zurück. Bei einer Wiederbelastung wach-

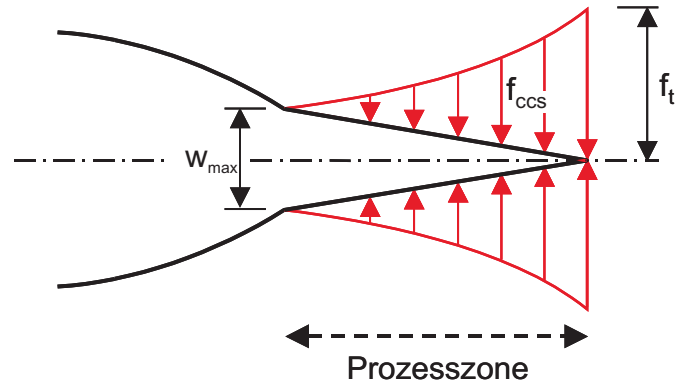


Abb. 2 Verlauf der Spannungen in der Bruchprozesszone

sen diese allerdings wieder bis zum ursprünglichen Wert an. Ein linearer Verlauf dieser Spannungsab- und -wiederzunahme scheint, wie von Camacho [3] gezeigt, ausreichend genau zu sein.

3.3 Risswachstum

Es wird hier ein nichtlokaler Ansatz für die Bestimmung des Kriteriums für die Versagensfläche verwendet, bei dem die Wichtungsfunktionen der EFG-Methode (siehe Gleichung 11) direkt benutzt werden

$$\epsilon(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^n N_i(\mathbf{x}) \cdot \epsilon_i \quad (17)$$

Neben dem Risswachstum ist auch die Entstehung von neuen Rissen zu klären. Das benutzte Modell geht davon aus, dass an einem Punkt ein zweiter Riss möglich ist, falls der Winkel zwischen den beiden Rissen groß genug ist. Ebenso sind Kriterien für das Zusammenwachsen und die Rissverzweigung zu implementieren.

3.4 Hugoniot

Beton zeigt bei hoher hydrostatischer Belastung ein stark nichtlineares Verhalten. Bei zunehmender hydrostatischer Belastung werden zuerst die Mikroporen zusammenfallen (plastischer Bereich). Dies führt zu einem geringeren E-Modul in diesem Belastungsbereich. Bei weiter zunehmender Belastung sind die Mikroporen so weit zusammengedrückt, dass der Beton wieder wesentlich höhere Drücke aufnehmen kann (Schockbereich – siehe Abbildung 3). Die Wellengeschwindigkeit in diesem Belastungsbereich ist größer als die Wellengeschwindigkeit im elastischen und plastischen Bereich. Die überholenden Wellenanteile bilden eine Schockfront.

Schmidt-Hurtienne [18] beschreibt eine Möglichkeit, dieses Verhalten als Faktor bei der Bestimmung des E-Moduls eingehen zu lassen.

$$E_{tot} = Y(tr\epsilon_e) \cdot E \quad (18)$$

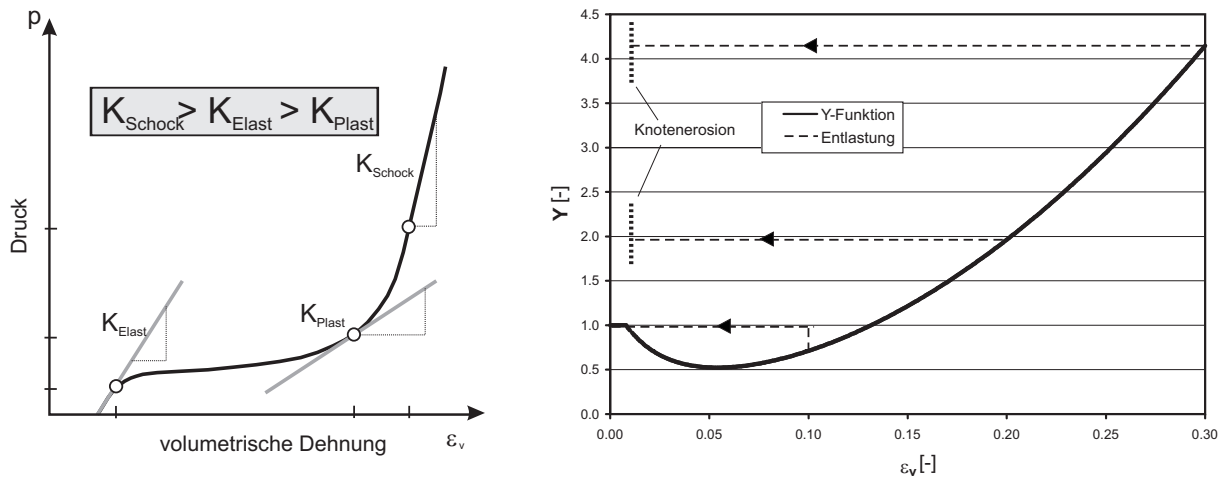


Abb. 3 Beton-Hugoniot

Der Faktor Y wird dabei bestimmt zu

$$Y = \begin{cases} \left[1 - a_v \cdot \left(1 - e^{-\frac{|tr\epsilon_e| - e_{v,th}}{e_v}} \right) \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{|tr\epsilon_e| - e_{v,th}}{b_v \cdot e_v} \right)^2 \right] & \text{für } tr\epsilon_e < -e_{v,th} \\ 1 & \text{für } tr\epsilon_e \geq -e_{v,th} \end{cases} \quad (19)$$

Schmidh-Hurtienne benutzt für die Berechnung folgende Parameter

$$e_{v,th} = 0,008; e_v = 0,02; a_v = 0,7; b_v = 3,5 \quad (20)$$

Offen bleibt die Frage, wie nach der Belastung des Betons mit einer Schockwelle verfahren werden soll. Verschiedene Stoffgesetze bilden diesen Bereich als so genannte Kappe aus und implementieren einen Schädigungsansatz auch für die hydrostatische Belastung. Denkbar ist auch eine Entlastungsfunktion mit der bisher erreichten maximalen Steifigkeit bis zu einer hydrostatischen Dehnung, bei der eine komplette Entfestigung auftritt. Weiterhin ist es möglich, diesen Bereich durch Löschen der Knoten aus dem Modell zu nehmen.

3.5 Dehnrateneffekt

Belastet man Beton unter zunehmenden Dehngeschwindigkeiten (Dehnraten), so zeigt sich eine Steigerung der Festigkeit. Gründe dafür sind die Verzögerung des Mikrorisswachstums auf Mikroebene und die dynamische Homogenisierung auf Meso- und Makroebene. Bischoff stellt in [2] die Festigkeitssteigerung bei Zunahme der Dehnraten unter Zuhilfenahme von Versuchsergebnissen verschiedener Autoren zusammen. Im CEB-Bulletin 187 [4] werden die bis dahin veröffentlichten Versuchsdaten benutzt, um eine bilineare Funktion zu entwickeln, mit der die Festigkeitssteigerung beschrieben werden kann.

Versuche mit Dehnraten größer als 100 sec^{-1} sind nicht sinnvoll durchzuführen, da dabei nicht von einem gleichmäßigen Spannungszustand ausgegangen werden kann. Folglich kann über den Verlauf der Festigkeitszunahme nur spekuliert werden. Die Drücke, die bei Dehnraten im hochdynamischen Bereich auftreten können, bewirken zudem Temperaturen, aus denen ein gegenläufiger Effekt zu erwarten ist - eine Entfestigung des Materials. Deswegen werden in den hier

vorgestellten Berechnungen die Zugfestigkeitssteigerungen auf einen Wert von 8,0 reduziert. Dieser Wert entspricht den bei Versuchen maximal gemessenen Zugfestigkeitssteigerungen.

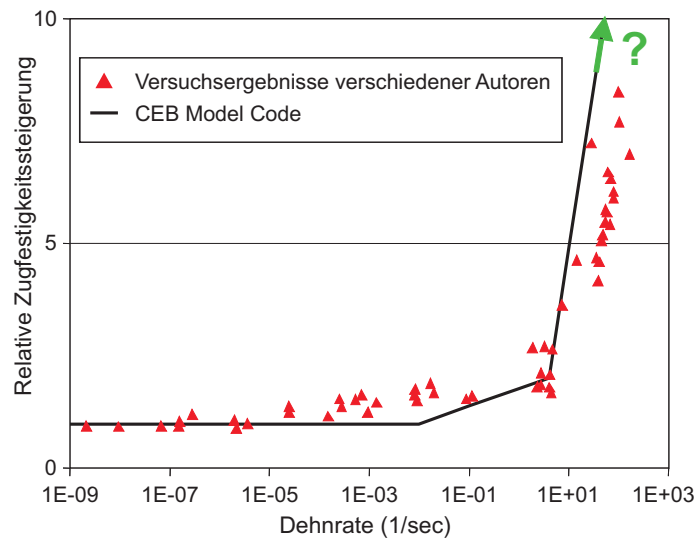


Abb. 4 Steigerung der Zugfestigkeit bei zunehmenden Dehnraten

3.6 Rissgeschwindigkeit

Versuche z.B. von Curbach [6] zeigen, dass auch die Rissgeschwindigkeit einen Grenzwert nicht überschreitet. Curbach gibt die maximale Geschwindigkeit des Risswachstums mit ca. 500 m/sec an. Die Rissgeschwindigkeit ist damit wesentlich geringer als die Wellengeschwindigkeit, die bei Beton in der Größenordnung von $3000 - 4000 \text{ m/sec}$ liegt. Aktuelle Auswertungen von Hochgeschwindigkeitsfilmen, die bei Kontaktdetonationen erstellt wurden, zeigen eine noch kleinere Rissgeschwindigkeit in der Größenordnung von $250 - 350 \text{ m/sec}$.

Die Begrenzung der Rissgeschwindigkeit wurde in der Weise vorgenommen, dass bei einer gewählten Rissfortschrittslänge der Riss nur nach einer bestimmten Zeit wachsen darf.

Im Folgenden bleibt zu klären, inwiefern die Rissgeschwindigkeit, der Dehnrateneffekt und die Verzögerung des Mikrorisswachstums sich gegenseitig beeinflussen oder sogar Auswirkungen gleicher Materialeigenschaften sind.

4 Numerische Beispiele

Um die Verwendbarkeit des in Kapitel 3 vorgestellten Stoffgesetzes zu zeigen, wurden verschiedene in der Literatur dokumentierte Versuche zur Validierung benutzt, von denen der unbewehrte Balken unter Biegebeanspruchung hier gezeigt wird.

4.1 Unbewehrter Balken

Das hier vorgestellte Simulationsmodell wurde benutzt, um einen unbewehrten Betonbalken zu berechnen, bei dem auf der Unterseite ein künstlicher Riss eingeführt wurde. Solche Ver-

suche werden standardmäßig zur Bestimmung der Bruchenergie verwendet. Es werden hier Versuchsergebnisse von Körmeling [11] verwendet. Die folgenden Materialparameter wurden angenommen: E-Modul $E = 20\,000\text{ N/mm}^2$, Querdehnzahl $\nu = 0.20$, Zugfestigkeit $f_{t,static} = 2.4\text{ N/mm}^2$ und die Bruchenergie $G_f = 113\text{ N/m}$. Die Abmessungen des Balkens sind in Abbildung 5 dargestellt.

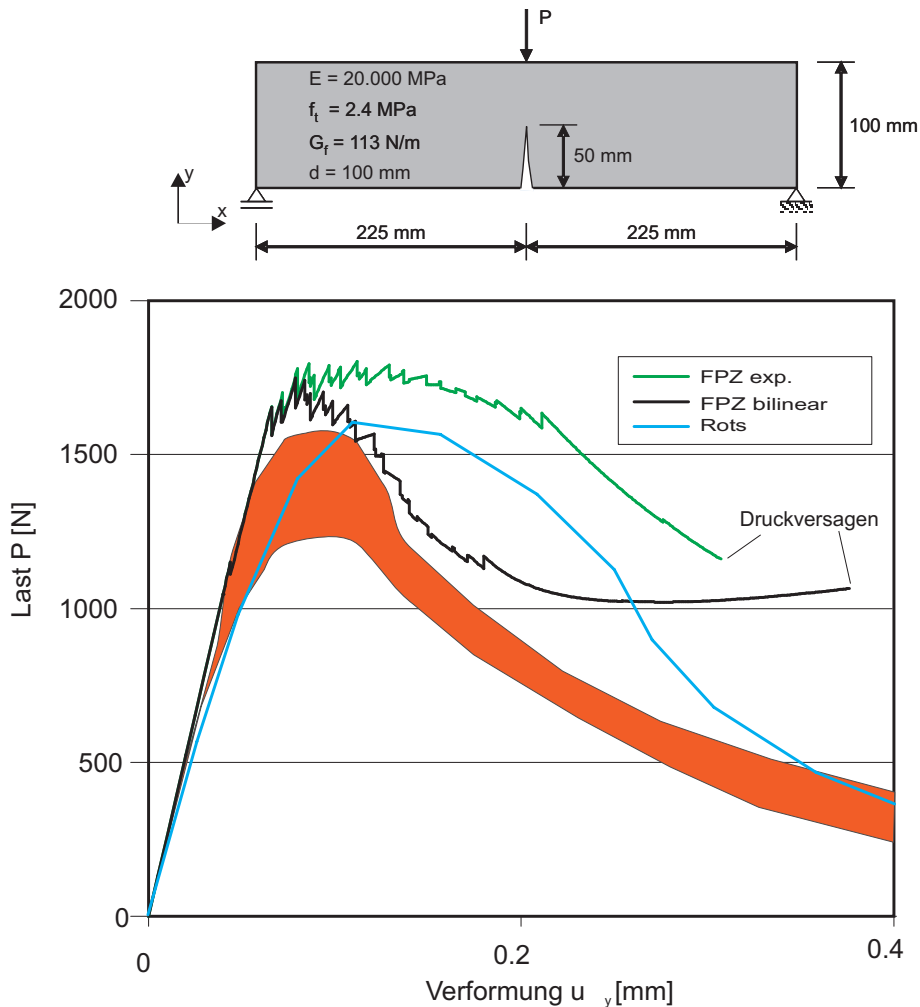


Abb. 5 Drei-Punkt-Biege-Versuch – Vergleich von Experimenten [11] mit numerischen Ergebnissen (exponentielle, lineare und bilineare FPZ)

Entgegen den Ausführungen im vorherigen Kapitel wird hier als Kriterium für den Rissfortschritt ein St. Venant-Kriterium verwendet. Bei Überschreitung der Hauptzugdehnungen wird von einem Risswachstum ausgegangen. Ebenfalls wurde die Rissrichtung so festgehalten, dass ein Risswachstum nur in y -Richtung möglich ist.

Die berechneten Last-Verformungs-Kurven sind ebenfalls in Abbildung 5 dargestellt. Die Berechnung zeigt bis zum Erreichen der maximalen Last eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Im Nachbruchbereich zeigen sich bei Verwendung einer exponentiellen oder einer bilinearen Entfestigung in der Bruchprozesszone höhere Kräfte als bei den Versuchen. Die Ergebnisse mit der Annahme einer linearen Entfestigung zeigen bis zur Verformung von $0,2\text{ mm}$ eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Danach werden die Lasten überschätzt, da im obersten Bereich des Balkens hohe Druckspannungen auftreten. Da das

Entstehen weiterer Risse nicht zugelassen wurde, kann das Druckversagen in diesem Bereich nicht abgebildet werden.

Im Vergleich zu anderen Autoren – zum Beispiel einem Schädigungsmodell von Rots [17] – sind die Ergebnisse in der gleichen Größenordnung.

4.2 Kontaktdetonation

Am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie wurden in den letzten Jahren verschiedene Experimente zur Bestimmung von Materialparametern von hochdynamisch beanspruchtem Beton durchgeführt (siehe Ockert [14], Herrmann [8], Steiner [19]). Diese finden z.B. Eingang in die im Kapitel 3.4 vorgestellte Y-Funktion. Für die Versuche wurden Betonkörper mit einer Abmessung von 1m x 1m x 0,5 m verwendet, die auf der Oberseite mit einem so genannten Plane-Wave-Generator belastet wurden. Die Geometrie des Plane-Wave-Generators, der aus zwei unterschiedlichen Sprengstoffen zusammengesetzt ist, gewährleistet den Eintrag einer ebenen Welle in den Beton.

Während die Körper, die mit der größeren Ladungsmenge ($m_{TNT-\ddot{A}quiv.} = 3325\text{ g}$) beaufschlagt wurden, nach der Detonation nur noch in Bruchstücken vorlagen, konnten die Körper, die mit der kleineren Ladungsmenge ($m_{TNT-\ddot{A}quiv.} = 640\text{ g}$) beaufschlagt wurden, nach dem Versuch halbiert werden, um die Entwicklung der Zerstörung und der Risse zu identifizieren (Abbildung 6). Direkt unter dem Sprengstoff wird ein Krater herausgetrennt, der Bereich direkt unter diesem Krater ist sehr stark zerstört. Er kann als dicht gepackter Sand bezeichnet werden, dessen Körner sich so stark gegenseitig verzahnt haben, dass das Material durch die Zugwellen nicht entfernt wurde. Unterhalb dieses Bereiches erkennt man einen Bereich mit starken Verformungen. Der restliche Körper ist von Rissen durchzogen, zwischen diesen Rissen ist der Beton – zumindest augenscheinlich – nicht geschädigt.

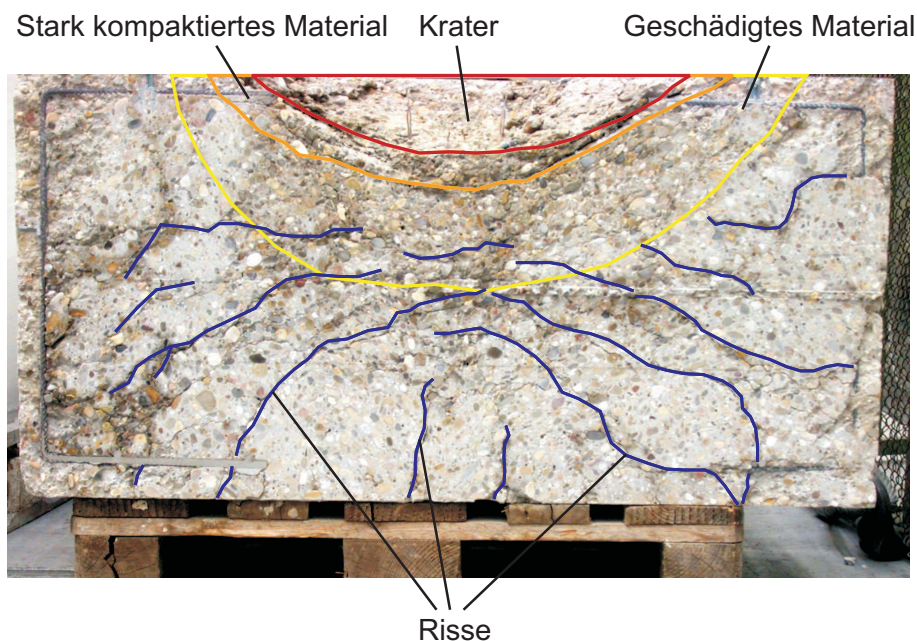


Abb. 6 Schnitt durch die Versuchskörper

Die Modellierung wurde mit einem axialsymmetrischen EFG-Ansatz vorgenommen. Dabei wurde die Achsensymmetrie zur Achse des Sprengkegels verwendet (siehe Abbildung 7). Im Bereich des Sprengkegels wurde ein Knotenabstand von 3 mm gewählt, im übrigen Bereich ein Abstand von 6 mm. Die Belastung aus der Detonation wurde mit den von Plotzitza [16] berechneten Last-Zeit-Verläufen als Knotenlast in das Modell eingefügt.

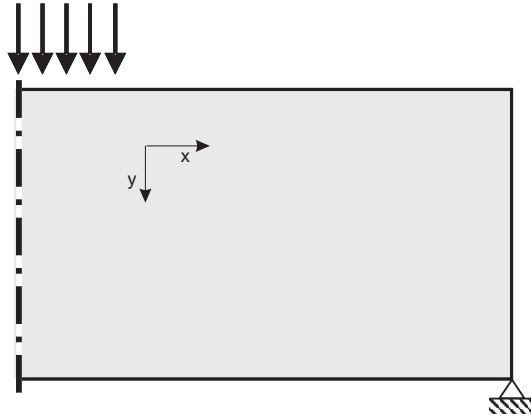


Abb. 7 Modellierung der Kontaktdetonation

Die ersten Berechnungen des Körpers unter einer Kontaktdetonation zeigten, dass sich eine Schockwelle ausbildet, die durch den Beton wandert und relativ schnell abnimmt. Im nachlaufenden Bereich der Welle wird ein starkes Oszillieren der Spannungen sichtbar. Dieses resultiert aus der Anregung des oberen Bereiches des Körpers. Dieser wird zuerst durch die große Druckwelle beansprucht. Im Folgenden findet eine Entlastung statt, aus der eine Zugwelle resultiert. Diese wandert ebenfalls mit Wellengeschwindigkeit durch den Körper. In Abbildung 8 sieht man nach der vorlaufenden plastischen Druckwelle die sehr große Amplitude dieser Zugwelle. Es findet trotz der großen Zugbeanspruchung kein Zugversagen des Betons statt, da die Entstehung von Rissen im von der Schockwelle durchlaufenen vollkommen geschädigten Bereich nicht zugelassen wurde.

Stattdessen muss die Zerstörung des Betongefüges im Bereich der Schockwelle berücksichtigt werden. Dafür sind verschiedene Modelle denkbar:

- Druckschädigungsevolution (so genanntes Kappenmodell)
- Knotenerosion
- Implementierung in die hydrostatische Dehnungs-Druck-Beziehung (Y-Funktion)

Gewählt wurde hier eine Kombination aus Knotenerosion und der Implementierung in die Y-Funktion. Der Entlastungspfad der Hugoniot-Kurve wird in Abbildung 3 dargestellt.

Knotenerosion

In der Finiten-Element-Methode wird beim Versagen bestimmter Materialien eine Erosion von Elementen durchgeführt. Dieses Verfahren wurde für die elementfreie Galerkin-Methode in

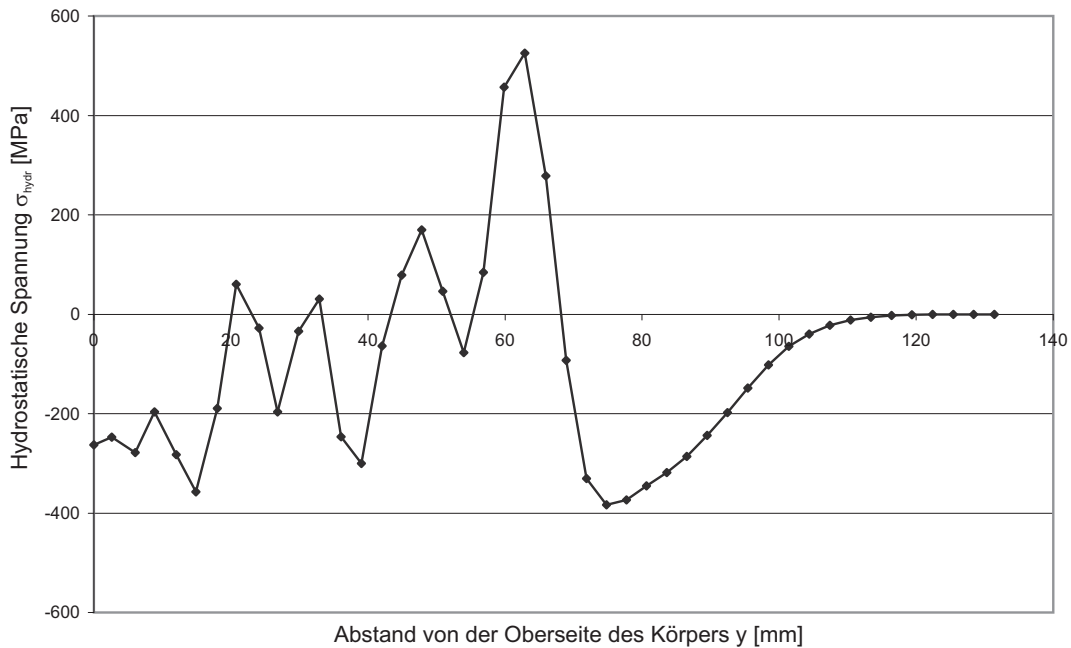


Abb. 8 Verlauf der Welle – Verlauf des Druckes

dem Sinne abgewandelt, dass nicht die Elemente sondern die Integrationszellen bzw. Integrationspunkte gelöscht werden. Ein Integrationspunkt wird gelöscht, wenn er geschockt wurde ($Y\text{-Funktion} > 1$) und dann eine Druckspannungsgrenze von 50MPa unterschreitet. Bei der Bestimmung der Spannungen und damit der inneren Kräfte wird dieser Integrationspunkt anschließend nicht mehr verwendet. Unnötige Integrationszellen und Knoten werden entfernt. Risse, die in den gelöschten Bereichen liegen, sollten gelöscht werden, da ein Risswachstum hier keinen Sinn mehr macht.

Mit diesem Algorithmus wurden an einem verkleinerten Modell Untersuchungen mit der Belastung aus einer Kontaktdetonation durchgeführt (siehe Abbildung 7).

Es zeigt sich die Ausbildung einer Schockwelle, die durch den Körper wandert. Durch die Quersugbelastung des Betons entstehen Risse, die im Weiteren mit der maximalen Rissgeschwindigkeit wachsen. In Abbildung 9 ist das Auftreffen der Welle an der Unterseite des Körpers dargestellt. Die Druckwelle wird als Zugwelle reflektiert. Das Rissbild entspricht dabei nur ansatzweise dem im Schnitt des Versuchskörpers (Abbildung 6). Es entstehen insbesondere im unteren Bereich nicht die Risse, die aus der als Zugwelle reflektierten Druckwelle resultieren. Ziel weiterer Untersuchungen ist es, eine bessere Abbildung der Risse im unteren Bereich des Körpers zu erreichen.

5 Zusammenfassung

In dem vorliegenden Beitrag wurde ein diskretes Rissmodell vorgestellt, das mit der elementfreie Galerkin-Methode implementiert wurde. In dem verwendeten Stoffgesetz werden neben den erforderlichen Parametern für die Entstehung und das Wachsen von Rissen der Hugoniot-Effekt, die Dehnratenabhängigkeit und die Begrenzung der Rissgeschwindigkeit berücksichtigt. Mit dem diskreten Rissansatz kann das Versagen eines Biegebalkens relativ gut abgebildet

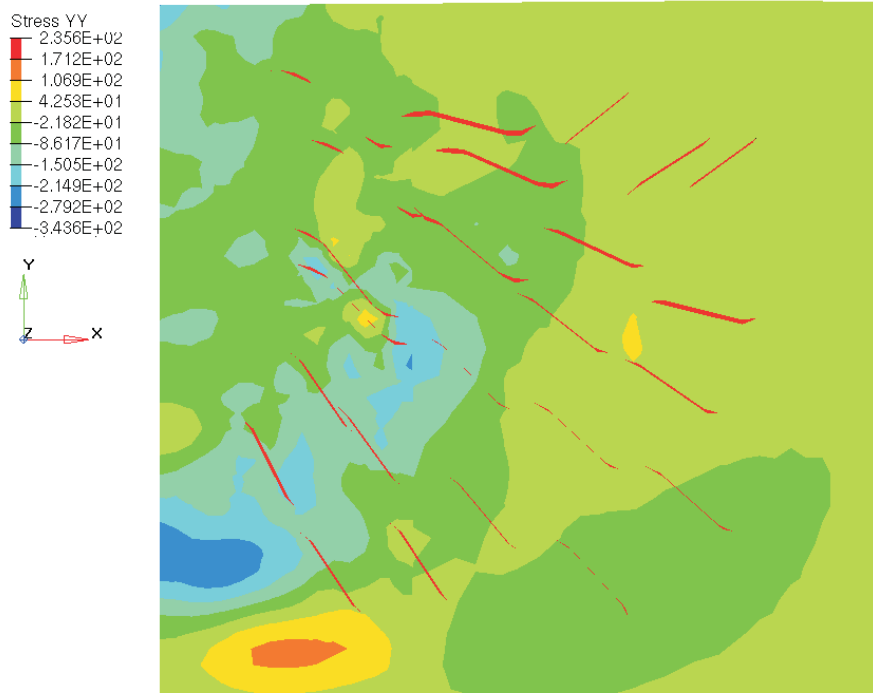


Abb. 9 Kontaktdetonation – Spannung zum Zeitpunkt $t = 17\mu\text{sec}$

werden. Auch das Versagen eines Probekörpers, der durch eine Kontaktdetonation beaufschlagt wird, kann näherungsweise beschrieben werden. Weitere Untersuchungen sind insbesondere für das Versagen des Betons im unteren Bereich des detonationsbeaufschlagten Körpers notwendig.

Literatur

- [1] Belytschko, T.; Lu, Y.Y.; Gu, L. *Element-free galerkin methods*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37, 229–256
- [2] Bischoff, P.H.; Perry, S.H. *Compressive behavior of concrete at high strain rates*, Materials and Structures, 1991, 24, 425–450
- [3] Camacho, G.T.; Ortiz, M. *Computational modelling of impact damage in brittle materials*, International Journal of Solids and Structures, 1996, 20-22, 2899–2938
- [4] CEB. *Concrete Structures under Impact and Impulsive Loading - Synthesis Report 187* CEB Bulletins, 1988
- [5] Chen, Wai-Fah; Saleeb, Atef F. *Constitutive Equations for Engineering Materials*, Wiley and Sons, 1994
- [6] Curbach, Manfred. *Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten*, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie; Dissertation, Karlsruhe, 1987
- [7] Häußler-Combe, Ulrich. *Elementfreie Galerkin-Verfahren - Grundlagen und Einsatzmöglichkeiten*, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, 2001

- [8] Herrmann, Nico. *Experimentelle Erfassung des Betonverhaltens unter Schockwellen*, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie; Dissertation, Universität Karlsruhe, 2003
- [9] Hillerborg, A.; Modeer, M.; Petersson P.E. *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*, Cement and Concrete Research, 1976, 6, 773–782
- [10] Hsieh, S.S.; Ting, E.C.; Chen, W.F. *A plasticity-fracture model for concrete*, International Journal of Solids and Structures, 1982, 18, 181–197
- [11] Koermeling, H.A.; Reinhardt, H.W. *Determination of the fracture energy of normal concrete and epoxy modified concrete*. Techn. Report No. 5-83-18, Stevin Laboratory, Delft University of Technology, 1983
- [12] Kupfer, Helmut; Hilsdorf, Hubert; Rüsç, Hubert. *Behavior of concrete under biaxial stresses*, Journal of the American Concrete Institute, 1969, 66, 656–666
- [13] Mills, L.L.; Zimmermann, R.M. *Compressive Strength of Plain concrete under multiaxial loading conditions*, ACI Journal, 1970, 67(10), 802–807
- [14] Ockert, Jürgen. *Ein Stoffgesetz für die Schockwellenausbreitung in Beton*, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie; Dissertation, Universität Karlsruhe, 1997
- [15] Organ, D.; Fleming, M.; Terry, T.; Belytschko, T. *Continuous meshless approximations for nonconvex bodies by diffraction and transparency*, Computational Mechanics, 1996, 18(3), 225–235
- [16] Plotzitz, Andreas. *Ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen*, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie; Dissertation, Universität Karlsruhe, 2002
- [17] Rots, J.G. *Computational Modeling of Concrete Fracture*, Dissertation, TH Delft, 1988
- [18] Schmidt-Hurtienne, Björn. *Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluss des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung*, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie; Dissertation, Universität Karlsruhe, 2001
- [19] Steiner, Stephan. geplante Dissertation, 2007
- [20] Ventura, G.; Xu, J.; Belytschko, T. *Level Set Crack Propagation Modelling in the Element Free Galerkin Method*, WCCM V - Fifth World Congress on Computational Mechanics, 2002